

問題 1

I. 以下の間に答えよ。解答にあたっては導出の過程も記すこと。空間の誘電率は真空の誘電率 ϵ_0 であるとする。

図 1 に示すように、半径が a と b の中空の同軸円筒導体の間が誘電率 $8\epsilon_0$ の一様な誘電体で満たされている。ただし、 $a > b$ であり、外側円筒導体（半径 a ）は接地され、内側円筒導体（半径 b ）に印加されている電圧を V ($V > 0$) とする。また、同軸円筒導体は十分に長く、端部の影響はないものとする。

- (1) 同軸円筒導体の単位長さ当たりの電荷が $+q$, $-q$ ($q > 0$) であったとする。中心軸 O から距離 r の誘電体中の点における電束密度の大きさ D を、 q と r を使った式で表せ。
- (2) 誘電体中の電界の強さ E を、 V , r , a , b を使った式で表せ。また、 E を縦軸、 r を横軸にしたグラフを描け。
- (3) 単位長さ当たりの静電容量を、 a , b , ϵ_0 を使った式で表せ。
- (4) 誘電体中の電界の強さ E の最大値を E_{\max} とする。印加電圧 V と外側円筒導体の半径 a を固定したときに、 E_{\max} を最小にする内側円筒導体半径 b とそのときの E_{\max} を求めよ。
- (5) 問(4)において、同軸円筒導体間を誘電率が r の関数 $\epsilon_1(r)$ である誘電体に変更した。ただし、 $\epsilon_1(b) = 5\epsilon_0$ であるとする。この場合、 E_{\max} を最小にする誘電率 $\epsilon_1(r)$ とそのときの E_{\max} を求めよ。

次に、図 2 に示すように、誘電体の誘電率が ϵ_2 (定数, $\epsilon_2 > \epsilon_0$) であり、内部に小さな球形ボイドがある場合を考える。ここで、ボイドとは空隙であり、その誘電率を ϵ_0 とする。

- (6) 図 2 におけるボイドとその周辺の電束線（電束密度 D の力線）と電気力線（電界 E の力線）の概形をそれぞれ描け。
- (7) ボイド中の電界の大きさは、ボイドが無かった場合のその位置の電界の大きさと比較して大きいか、あるいは小さいかを答えよ。また、その理由を 2 行程度の文章で簡潔に説明せよ。

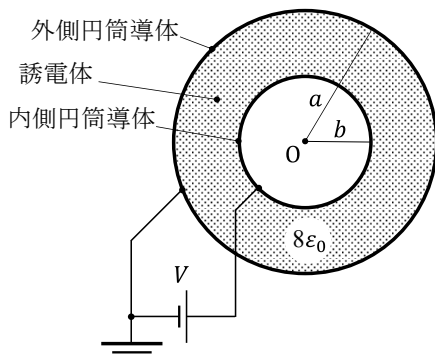


図 1

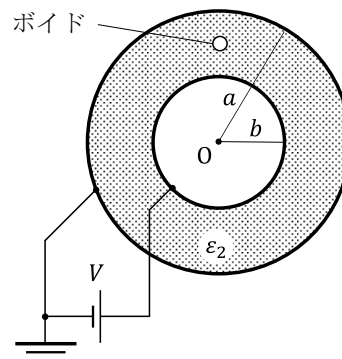


図 2

II. 以下の問に答えよ。解答にあたっては導出の過程も記すこと。空間の透磁率は真空の透磁率 μ_0 であるとする。

直線状の線電流が作る磁界をデカルト座標系 (x, y, z) で考える。図 3 に示すように、線電流 I が z 軸に沿って正の向きに流れているとする。

- (1) 点 (x, y, z) における磁束密度 $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ を求めよ。
- (2) 磁束密度 \mathbf{B} を与える磁気ベクトルポテンシャルの一つは $\mathbf{A} = (0, 0, A_z)$ であることを示せ。

次に、図 4(a)に示すように、大地から高さ h の位置の直線導体に電流 I が流れている。ただし、直線導体は大地に平行であり、導体断面は円形でその直径は $2a$ 、電流密度は断面内で均一である。 a は h よりも十分に小さい($a \ll h$)とする。また、 x 軸と z 軸は大地表面にあり、 $+z$ 方向は電流の流れる方向に一致していて、電流が流れる導体の断面中心は $x = 0, y = h$ の線上にある。大地は完全導体とみなせ、 $y > 0$ の領域の磁束密度 \mathbf{B} は、図 4(b)のように、大地表面から下に距離 h の位置にある影像電流 $-I$ で大地を置き換え、もとの電流 I が作る磁界の磁束密度 \mathbf{B}_1 と影像電流 $-I$ が作る磁界の磁束密度 \mathbf{B}_2 の和 $\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ と等しくなる。

- (3) この直線導体の表面と大地表面の間を通過する磁束である外部磁束を Φ_0 とすると、 z 方向に単位長さを考えたとき、 Φ_0 は $x = 0$ の面内での面積分である次式で表される。

$$\Phi_0 = \int_0^1 \int_0^{h-a} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dy dz$$

ただし、 \mathbf{n} は面積分の面要素 $dydz$ に対する単位法線ベクトルである。この外部磁束 Φ_0 と、この直線導体の単位長さ当たりの外部インダクタンス L_0 を求めよ。

- (4) この直線導体のインダクタンスは、外部インダクタンス L_0 と内部磁束に対応する内部インダクタンス L_i の和である。この系の磁気エネルギーを、 L_0, L_i, I を使った式で表せ。
- (5) 問(4)において、内部インダクタンス L_i は定数とする。磁気エネルギーと仮想変位を使って、この直線導体に働く単位長さ当たりの電磁力の大きさと向きを求めよ。

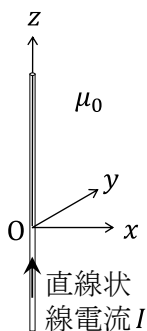


図 3

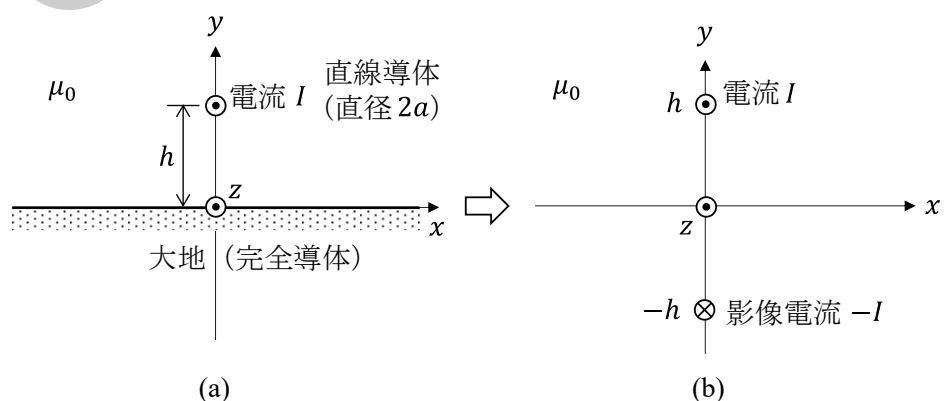


図 4