

第1問

図1に示すように、半径 a の半円板電極 A, B と、半径 a の円板電極 C が距離 $2d$ の間隔をもって、真空中に水平に配置されている。中心軸を z 軸とする。電極 A, B 間は微小な空隙を介して電氣的に絶縁され、電極 A には電源より電圧 V が印加され、電極 B, C は接地されている。

電極 C の上には、比誘電率 2 、半径 a 、厚み d の誘電体円柱をその中心軸 $P-P'$ を含む平面で二等分した誘電体半円柱が置かれている。 $P-P'$ は z 軸上にある。誘電体半円柱には、 $P-P'$ に沿って重さの無視できる十分細い絶縁体の軸棒が取り付けられており、誘電体半円柱を z 軸を中心に電極 C 上を滑らかに回転させることができる。なお誘電体半円柱の上面(S面)は、真電荷面密度 σ で一様に帯電させてある。

図2, 図3に上面図及び正面図を示す。電極 A, B 間の空隙に沿って x 軸を取り、誘電体半円柱の x 軸からの回転角を θ とする。真空の誘電率を ϵ_0 とし、以下の問に答えよ。ただし a は d に比べて十分大きく、電界分布への端部の影響は無視できるものとする。また重力の影響は無視できるものとする。

- (1) 誘電体半円柱を $\theta = \pi$ 、すなわち電極 A の真下に配置したところ、S面の電位は $2V/3$ であった。電極 A, C 間における真空中および誘電体内部の電界を求めよ。
- (2) 問(1)においてS面の真電荷の面密度 σ および分極電荷の面密度 σ_p をそれぞれ求めよ。
- (3) この誘電体半円柱を $\theta = 0$ 、すなわち電極 B の真下に配置したときのS面の電位を求めよ。
- (4) $\theta = \theta_0$ ($0 \leq \theta_0 \leq \pi$)としたとき、この系に蓄えられる静電エネルギーを求めよ。
- (5) 問(4)において誘電体半円柱に働く z 軸まわりのトルクを、仮想変位の考え方を利用して求めよ。
- (6) 誘電体半円柱を $\theta = \theta_0$ より自由に運動させた。誘電体半円柱の回転角 θ 、角速度 ω を時刻 t の関数として求め、グラフに示せ。ただし、 $t = 0$ において $\theta = \theta_0$ 、 $\omega = 0$ とし、この誘電体半円柱の z 軸まわりの慣性モーメントを I とする。摩擦や電磁波の発生の影響は無視できるものとする。

ヒント：剛体の回転の運動方程式は、回転軸まわりの慣性モーメント I 、角速度 ω 、トルク N を用いて $I \frac{d\omega}{dt} = N$ と表わされる。

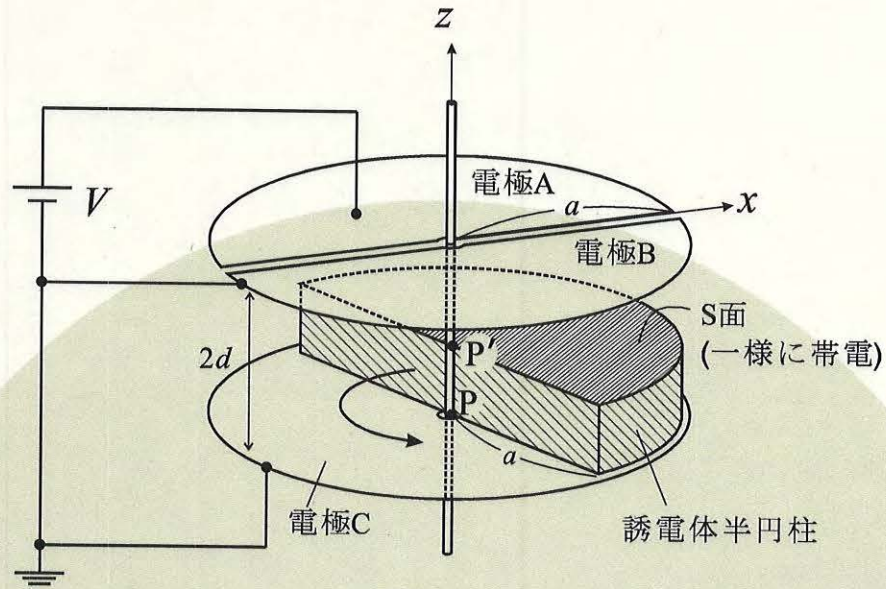


図 1

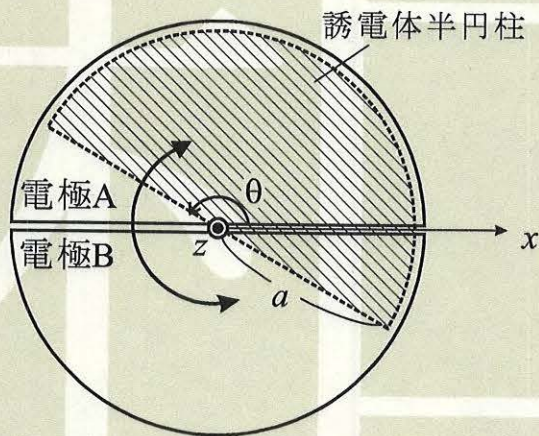


図 2

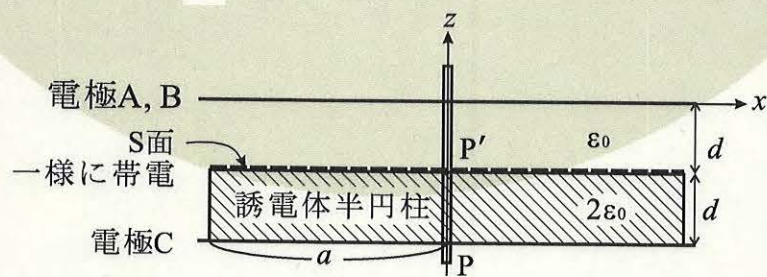


図 3

ENGLISH TRANSLATION

Problem 1

As shown in Fig. 1, semicircular disc electrodes A and B of radius a and a circular disc electrode C of radius a are placed horizontally in vacuum, keeping a distance $2d$. The centers of the electrodes are located on the z axis. The semicircular disc electrodes A and B are insulated from each other with a negligibly small slit. A voltage V is applied to the electrode A, and the electrodes B and C are grounded.

There is a semi-cylindrical dielectric on the electrode C. This semi-cylindrical dielectric corresponds to a half of a cylinder whose central axis is $P-P'$. The radius, the thickness, and the relative permittivity of the semi-cylindrical dielectric are a , d , and 2, respectively. The $P-P'$ axis is aligned with the z axis. The semi-cylindrical dielectric has an insulating axial rod with a negligible mass through $P-P'$ and can rotate smoothly about the z axis on the electrode C. The upper surface (surface S) of the semi-cylindrical dielectric is uniformly charged with its true surface charge density σ .

Figures 2 and 3, respectively, show the top and the front views of the electrode configuration. The x axis is chosen along the slit between the electrodes A and B. Let the rotating angle of the semi-cylindrical dielectric from the x axis be θ . The permittivity of vacuum is ϵ_0 . Here, $a \gg d$ holds. Ignore fringing of the fields and effects of the gravity. Answer the following questions.

- (1) When θ is set to π , i.e. the semi-cylindrical dielectric is located just below the electrode A, the potential on the surface S is $2V/3$. Find the electric fields in vacuum and in the dielectric between the electrodes A and C.
- (2) In Question (1), find the true surface charge density, σ , and the polarization surface charge density σ_p on the surface S.
- (3) Find the potential on the surface S, when θ is set to 0, i.e. the semi-cylindrical dielectric is located just below the electrode B.
- (4) Find the electrostatic energy stored in the system when θ is θ_0 . Here, assume $0 \leq \theta_0 \leq \pi$.
- (5) In Question (4), find the torque acting on the semi-cylindrical dielectric with respect to the z axis by utilizing the virtual work method.
- (6) The semi-cylindrical dielectric starts rotating at $\theta = \theta_0$ from rest. Determine the angle θ and the angular velocity ω as a function of time t , and plot them against t . Here, suppose $\theta = \theta_0$ and $\omega = 0$ at $t = 0$, and the moment of inertia about the z axis of the semi-cylindrical dielectric is I . Ignore friction and electromagnetic wave generation.

Hint: For a rigid body rotating about a fixed axis, the following equation holds:

$$I \frac{d\omega}{dt} = N,$$

where I is the moment of inertia about the axis of the rotation, ω is the angular velocity, and N is the torque.

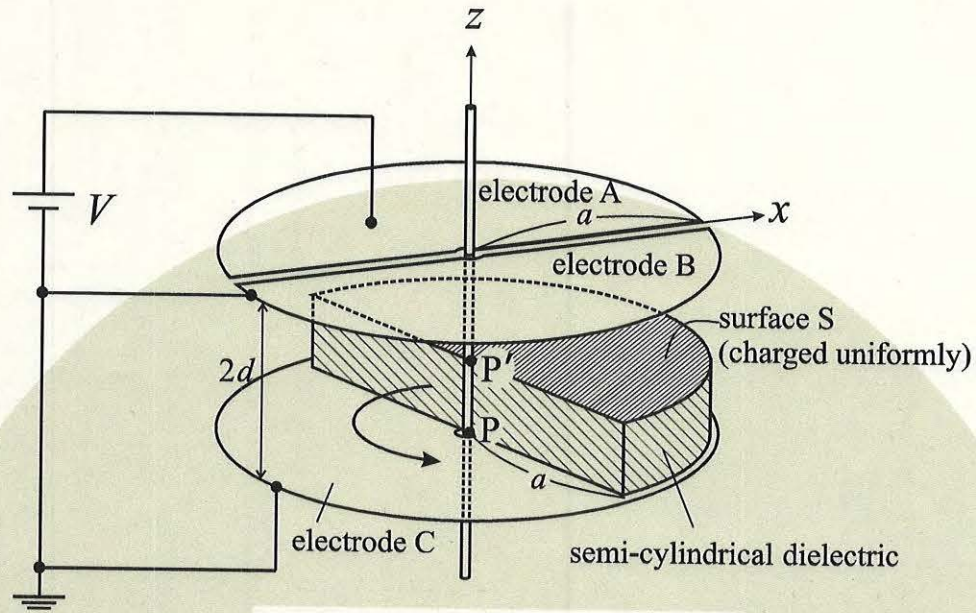


Fig. 1

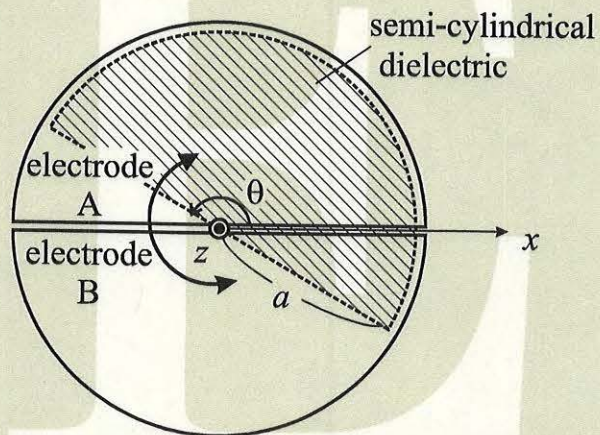


Fig. 2

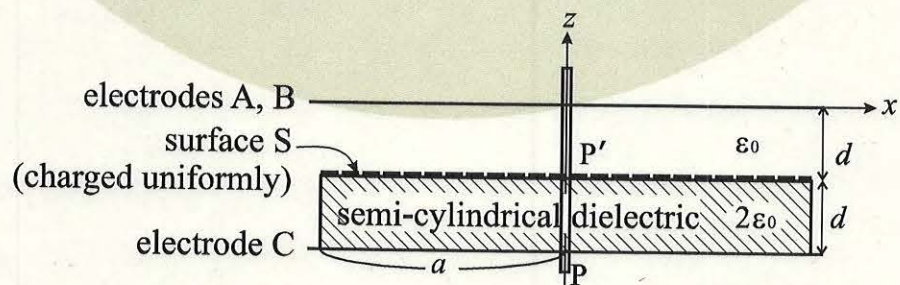


Fig. 3

第2問

図1の並列共振回路に関して、以下の問に答えよ。

- (1) 図1の回路において、端子A-B間のインピーダンスを求めよ。ただし、角周波数を ω とせよ。
- (2) 図1の回路の共振角周波数 ω_0 を求めるとともに、インピーダンスの絶対値および位相を ω の関数として図示せよ。ただし、共振角周波数、ピークの値を図中に示すこと。
- (3) 図1の回路のインピーダンスの共振の鋭さ（Q値）を求めよ。
- (4) 図2のように、図1の回路に定電流源（電流値 I_0 ）とスイッチSを接続し、時刻 $t=0$ でスイッチSを開いたとする。 $t<0$ において、スイッチSは閉じておりスイッチSに I_0 が流れ、キャパシタに蓄えられた電荷を0、インダクタに流れる電流も0とするとき、時刻 $t \geq 0$ においてこの回路の端子A-B間に生じる電圧 $v(t)$ を求めよ。

次に、インピーダンス Z を負荷とするn型MOSトランジスタを用いた増幅回路に電源電圧 V_{DD} を与えたとする（図3）。以下の問に答えよ。ただし、トランジスタの小信号等価回路は、 g_m , r_o , v_{gs} を用いて図4のように表わされる。ここで g_m , r_o はそれぞれ、トランジスタの相互コンダクタンス、ドレイン抵抗を表わし、 v_{gs} はゲート(G)-ソース(S)端子間の小信号電圧を表わす。

- (5) 図3の増幅回路の小信号等価回路を示し、入出力の伝達関数 $A_v=v_{out}/v_{in}$ を求めよ。ただし、 v_{in} , v_{out} はそれぞれ入力 V_{in} , 出力 V_{out} の小信号成分とする。
- (6) 図5のようにキャパシタによる負帰還を考える。その帰還係数、ループゲイン、閉ループゲインを求めよ。ただし、キャパシタ C_1 , C_2 によるインピーダンスは Z に比べて十分大きいものとする。
- (7) 図6の増幅回路について考える。この増幅回路の周波数特性を有するフィルタを下記語群から選び、その理由を説明せよ。またこの増幅回路の代表的な使用例をひとつ挙げよ。

[語群] 低域通過フィルタ、高域通過フィルタ、帯域通過フィルタ、帯域除去フィルタ

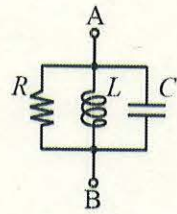


図1

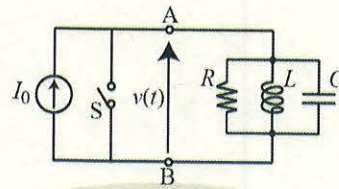


図2

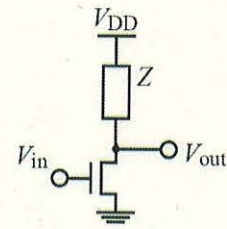


図3

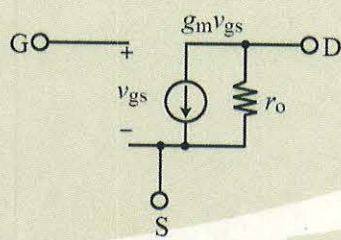


図4

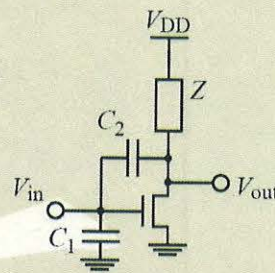


図5

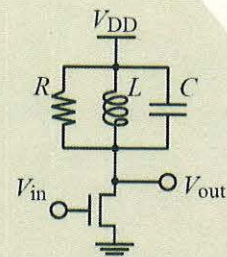
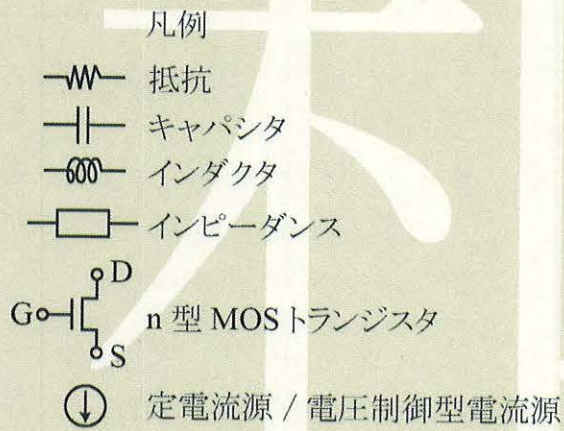


図6



ENGLISH TRANSLATION

Problem 2

Answer the following questions related to a parallel resonance circuit shown in Fig. 1.

- (1) Concerning the circuit in Fig. 1, find the impedance between terminals A and B at an angular frequency of ω .
- (2) Find the resonant angular frequency ω_0 of the circuit in Fig. 1, and draw the absolute value and phase of the impedance as a function of ω . Indicate the resonant angular frequency and the peak value of the impedance clearly in the graphs.
- (3) Find the sharpness of the resonance of the impedance, Q value, of the circuit in Fig. 1.
- (4) Let us assume that a constant current source with a current value of I_0 and a switch S are connected to the circuit of Fig. 1, as shown in Fig. 2. Suppose that the switch S is opened at time $t = 0$, and find the voltage, $v(t)$, appearing between terminals A and B at time t ($t \geq 0$). Note that at time $t < 0$, the switch S is closed and I_0 flows through the switch S, no charges are stored in the capacitor, and no current flows through the inductor.

Answer the following questions related to an amplifier that consists of an n-type MOS transistor and a load impedance Z , with a power supply V_{DD} , shown in Fig. 3. Note that a small signal equivalent circuit of a transistor is expressed, with g_m , r_o , and v_{gs} , as shown in Fig. 4. Here, g_m and r_o , are the transconductance and drain resistance, respectively, and v_{gs} is the small signal voltage between terminals gate (G) and source (S).

- (5) Draw a small signal equivalent circuit of the amplifier shown in Fig. 3, and find the transfer function, $A_v = v_{out}/v_{in}$. Note that v_{in} and v_{out} represent small signal components of the input V_{in} and the output V_{out} , respectively.
- (6) Consider a negative feedback circuit with capacitors, as shown in Fig. 5. Find the feedback coefficient, the loop gain and the closed-loop gain of this circuit. Note that impedances of capacitors C_1 and C_2 are large enough compared with the impedance Z .
- (7) Consider the amplifier shown in Fig. 6. Choose the type of filter that represents the frequency response of this amplifier from the following filter list, and describe the reason why you choose it. Show one typical application of this amplifier.
[Filter list] low-pass filter, high-pass filter, band-pass filter, band-elimination filter

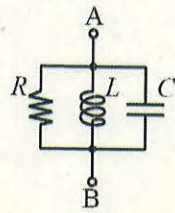


Fig. 1

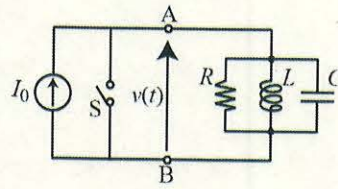


Fig. 2

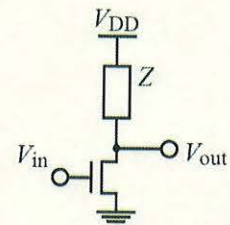


Fig. 3

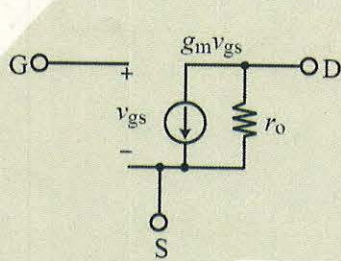


Fig. 4

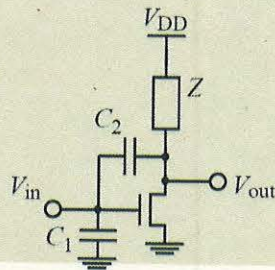


Fig. 5

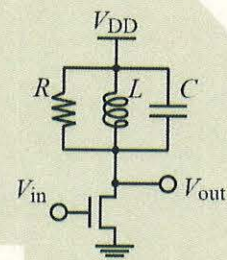


Fig. 6

Legend

- Resistor
- Capacitor
- Inductor
- Impedance
- n-type MOS transistor
- Constant current source / voltage-controlled current source

第3問

手元に鍵がかかった箱が n 個、鍵が m 本 ($1 \leq m \leq n$) がある。鍵はすべてよく似た外観でタグなどもついておらず、どの鍵がどの箱を解錠できるかは試してみないとわからない。このとき、以下の各問に答えよ。

- (1) どの鍵もそれぞれひとつの箱を解錠できるが、それ以外の箱は解錠できず、どの箱も1本の鍵でしか解錠できない場合を考える。この場合、 $m \neq n$ ならば、どの鍵でも解錠できない箱があることになる。このとき、ランダムに選んだ鍵でランダムに選んだ箱を解錠できるか否かを試すことを考える。選んだ鍵で選んだ箱を解錠できる確率を求めよ。
- (2) 問 (1) に述べた解錠の試行を初めて行うときに、鍵と箱との対応について得られる平均情報量 (エントロピー) を求めよ。
- (3) どの鍵もいずれかひとつまたはふたつの箱を解錠でき、複数の鍵で解錠できる箱はないが、すべての箱はいずれかの鍵で解錠できる場合を考える ($n \leq 2m$)。このとき、ランダムに選んだ鍵でランダムに選んだ箱を解錠できるか否かを試すことを考える。選んだ鍵で選んだ箱を解錠できる確率を求めよ。
- (4) 問 (3) に述べた解錠の試行を初めて行うときに、鍵と箱との対応について得られる平均情報量を求めよ。
- (5) 問 (4) に述べた最初の試行により解錠できるか否かを知った上で、選んだ鍵がふたつの箱を解錠できる鍵である事後確率を考える。解錠できた場合の事後確率 p 、解錠できなかった場合の事後確率 q をそれぞれ求めよ。
- (6) 問 (4) に述べた最初の試行によって選んだ鍵がふたつの箱を解錠できる鍵か否かについて得られる平均情報量を求めよ。問 (5) の p および q を既知の値として用いてもよい。

ENGLISH TRANSLATION

Problem 3

You have n locked boxes and m keys at hand ($1 \leq m \leq n$). All the keys have similar appearance and are without any tags, and thus you cannot tell which key is for which box without unlocking trials. Answer the following questions assuming this situation.

- (1) Consider the case in which each of the keys can unlock one single box but no other boxes, and each of the boxes can be unlocked with only one key. If $m \neq n$, there are one or more boxes that cannot be unlocked by any keys. You will try to unlock a randomly chosen box with a randomly chosen key. Give the probability of your successfully unlocking the chosen box with the chosen key.
- (2) Give the average amount of information obtained (entropy) on the correspondences of the keys and the boxes by performing the unlocking trial described in Question (1) for the first time.
- (3) Consider the case in which each of the keys can unlock either one or two boxes, no boxes can be unlocked with more than one key, and all of the boxes can be unlocked with one of the keys ($n \leq 2m$). You will try to unlock a randomly chosen box with a randomly chosen key. Give the probability of your successfully unlocking the chosen box with the chosen key.
- (4) Give the average amount of information obtained on the correspondences of the keys and the boxes by performing the unlocking trial described in Question (3) for the first time.
- (5) Think of the probabilities of the chosen key being one of those keys that can unlock two boxes after knowing the result of the first trial described in Question (4). Give the posterior probability p for the case when the box could be unlocked in the trial, and the posterior probability q for the case when the box could *not* be unlocked.
- (6) Give the average amount of information obtained on whether the chosen key can unlock two boxes or not, by performing the first trial described in Question (4). You may use p and q in Question (5) as already known values.

第4問

2つの文字列 s_1 と s_2 の「編集距離」を、 s_1 を s_2 に変換するのに最低限必要なオペレーションの回数と定義する。ただし、個々のオペレーションは、「1文字挿入」、「1文字削除」、「1文字変更」のいずれかであるとする。例えば、“writers” と “waiter” の編集距離は2である。すなわち、r を a に変更し、s を削除する必要がある。

図1および図2に、与えられた2つの文字列の編集距離の計算を行うプログラムを示す。プログラム中で使われている関数 `strlen` は与えられた文字列の長さを返す関数である。

```
#define MAXLEN 1000

int d[MAXLEN+1][MAXLEN+1];

int ed1(char *s1, char *s2)
{
    int i, j, m, n;

    m = strlen(s1);
    n = strlen(s2);

    for (i = 0; i <= m; i++) {
        d[i][0] = i;
    }

    for (j = 0; j <= n; j++) {
        d[0][j] = j;
    }

    for (i = 1; i <= m; i++) {
        for (j = 1; j <= n; j++) {
            int x;

            (A)

            d[i][j] = x;
        }
    }

    return d[m][n];
}
```

図1

```
#define MAXLEN 1000

int r[MAXLEN+1];

int ed2(char *s1, char *s2)
{
    int i, j, m, n, p, q;

    m = strlen(s1);
    n = strlen(s2);

    for (j = 0; j <= n; j++) {
        r[j] = j;
    }

    for (i = 1; i <= m; i++) {
        p = i;
        q = i - 1;
        for (j = 1; j <= n; j++) {
            int x;

            (B)

            p = x;
            q = r[j];
            r[j] = x;
        }
    }

    return r[n];
}
```

図2

- (1) s_1 と s_2 の長さをそれぞれ m, n とするとき、図1の関数 `ed1` の時間計算量のオーダーはいくらか。ただし、空欄 (A) で行う処理の時間計算量のオーダーは $O(1)$ とする。

- (2) いま、 s_1 の部分文字列（先頭から i 文字）と s_2 の部分文字列（先頭から j 文字）との間の編集距離を $d(i, j)$ であらわすものとする。 s_1, s_2 がそれぞれ “writers”, “waiter” であるとき、 $d(1, 1), d(1, 2), d(2, 1), d(2, 2)$ の値を示せ。
- (3) $d(i-1, j-1), d(i-1, j), d(i, j-1), d(i, j)$ の間に成り立つ関係を考え、空欄 (A) で行うべき処理をよく知られているプログラミング言語（C 言語, Java, Python 等）または自然言語（日本語もしくは英語）で記述せよ。ただし、自然言語で記述する場合は、プログラムに直接変換可能なレベルまで詳細に記述すること。
- (4) 図 1 の関数 `ed1` を、 s_1 と s_2 の編集距離だけでなく、その編集距離を実現するオペレーション列の具体例も返すように拡張したい。その方法の概要を示せ。
- (5) 最終的に s_1 と s_2 の編集距離だけが知りたい場合、図 1 のプログラムよりもメモリ使用量の少ない図 2 のプログラムで編集距離を計算することができる。空欄 (B) で行うべき処理をよく知られているプログラミング言語（C 言語, Java, Python 等）または自然言語（日本語もしくは英語）で記述せよ。ただし、自然言語で記述する場合は、プログラムに直接変換可能なレベルまで詳細に記述すること。
- (6) 編集距離がある値 k 以下の場合にのみ正確な値を返せばよい、すなわち、編集距離が k を超える入力に対しては、 k を超える任意の値を出力として返して構わない場合、 $O(km)$ もしくは $O(kn)$ の時間計算量で編集距離を計算することができる。そのようなアルゴリズムの概要を説明せよ。

ENGLISH TRANSLATION

Problem 4

We define the “edit distance” between two strings, s_1 and s_2 , as the minimum number of operations needed to transform s_1 into s_2 , where each operation is insertion, deletion, or substitution of a single character. For example, the edit distance between “writers” and “waiter” is two, *i.e.* substitution of “r” with “a” and deletion of “s”.

Figures 1 and 2 show programs that can compute the edit distance of a given pair of strings. The function `strlen` used in the programs is a function that returns the length of the given string.

```
#define MAXLEN 1000

int d[MAXLEN+1][MAXLEN+1];

int ed1(char *s1, char *s2)
{
    int i, j, m, n;

    m = strlen(s1);
    n = strlen(s2);

    for (i = 0; i <= m; i++) {
        d[i][0] = i;
    }

    for (j = 0; j <= n; j++) {
        d[0][j] = j;
    }

    for (i = 1; i <= m; i++) {
        for (j = 1; j <= n; j++) {
            int x;

            (A)

            d[i][j] = x;
        }
    }

    return d[m][n];
}
```

Fig. 1

```
#define MAXLEN 1000

int r[MAXLEN+1];

int ed2(char *s1, char *s2)
{
    int i, j, m, n, p, q;

    m = strlen(s1);
    n = strlen(s2);

    for (j = 0; j <= n; j++) {
        r[j] = j;
    }

    for (i = 1; i <= m; i++) {
        p = i;
        q = i - 1;
        for (j = 1; j <= n; j++) {
            int x;

            (B)

            p = x;
            q = r[j];
            r[j] = x;
        }
    }

    return r[n];
}
```

Fig. 2

- (1) Let the lengths of s_1 and s_2 be m and n , respectively, and assume that the time complexity of the process performed in (A) is $O(1)$. What is the time complexity of the function `ed1` in Fig. 1?

- (2) Let $d(i, j)$ be the edit distance between the substring of s_1 consisting of the first i characters and the substring of s_2 consisting of the first j characters. Describe the values of $d(1, 1)$, $d(1, 2)$, $d(2, 1)$, and $d(2, 2)$ when s_1 and s_2 are “writers” and “waiter” respectively.
- (3) Think about the relationships that hold among $d(i-1, j-1)$, $d(i-1, j)$, $d(i, j-1)$ and $d(i, j)$, and describe the process you should perform in (A) in a well-known programming language such as C, Java, or Python, or in a natural language (Japanese or English). Description in a natural language should be detailed enough that one could translate it literally into a program.
- (4) Let's say that you want to extend the function `ed1` in Fig. 1 so that it returns not only the edit distance between s_1 and s_2 but also a sequence of operations that realizes the distance. Sketch a way to do so.
- (5) If you are only interested in the value of the edit distance between s_1 and s_2 , you can compute it by using the program given in Fig. 2, which uses less memory than the program given in Fig. 1. Describe the process you should perform in (B) in a well-known programming language such as C, Java, or Python, or in a natural language (Japanese or English). Description in a natural language should be detailed enough that one could translate it literally into a program.
- (6) Let's say that you need to be accurate only when the edit distance is equal to or smaller than some threshold k , *i.e.* your function can return an arbitrary number greater than k if the edit distance of the input strings is greater than k . In this case, the edit distance can be computed with a time complexity of $O(km)$ or $O(kn)$. Sketch the main idea of such an algorithm.

第5問

図1に示すように、 n ビットの2進数 A, B を入力して、その大きな方を G に、小さな方を S に出力するような回路 $C1$ を考える。ただし、 $A=B$ のときは、 $G=S=A=B$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 図2に示す2進1桁分を処理する回路 $C2$ を図3のように n 個縦続接続して回路 $C1$ を実現することを考える。ただし回路 $C2$ の入力 c, d は、処理する桁より上位の桁でそれぞれ $A < B, A > B$ であることを表す入力、出力 e, f は処理する桁を含めてそれぞれ $A < B, A > B$ であることを表す出力である。ただし、1が真、0が偽に対応する。 A, B がいずれも符号なしの2進数であるとして、回路 $C2$ の入力のうち (c, d) の組み合わせが $(0, 0), (0, 1), (1, 0)$ である場合のそれぞれについて、出力 e, f を a, b で表せ。
- (2) 回路 $C2$ を AND, OR, NOT ゲートを用いた、できるだけ簡単な回路で実現せよ。ただし AND, OR, NOT ゲートの表記は図4に従うこと。
- (3) 入力 A, B がいずれも2の補数で表現された符号付きの2進数であるとき、問(2)の回路にできるだけ少ない変更を加えて所望の回路を実現するとしたら、どのようにしたらよいか。理由を付して答えよ。
- (4) 図5のように、回路 $C1$ をいくつか接続して入力を大きさの順に並べ替えることを考える。図5は4入力の場合の例である。図5に倣って3入力の場合の回路の例を示せ。
- (5) 4入力の場合、図5よりも少ない個数の回路 $C1$ を用いたのでは、大きさの順の並べ替えを正しく実現することはできない。その理由を説明せよ。

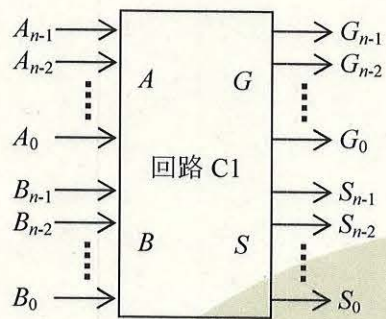


図 1

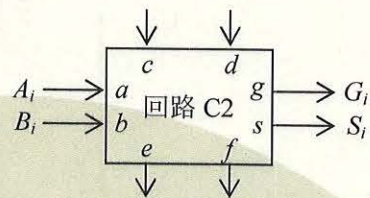


図 2

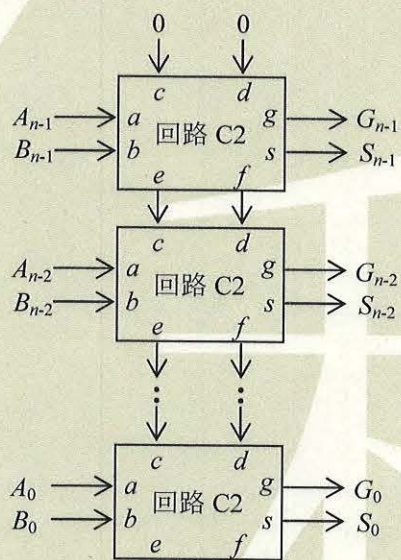


図 3

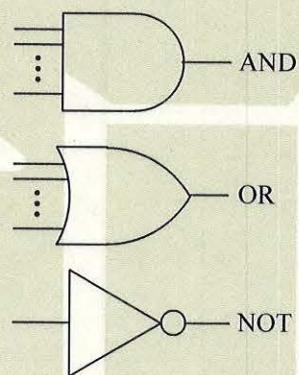


図 4

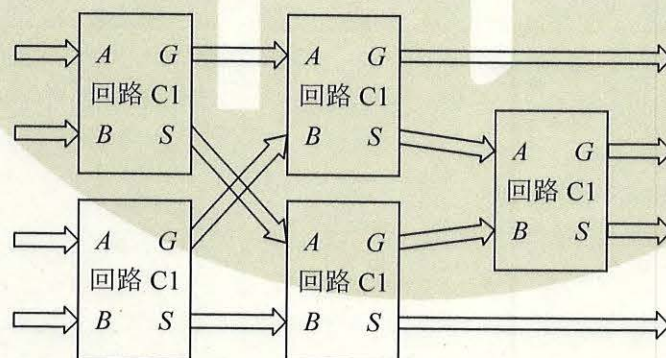


図 5

ENGLISH TRANSLATION

Problem 5

A circuit C1 shown in Fig. 1 accepts n -bit binary numbers A and B and outputs the greater of them to G and the smaller of them to S . When $A=B$, we have $G=S=A=B$. Answer the following questions.

- (1) Figure 2 shows a circuit C2 which processes numbers of one binary digit. Suppose that a circuit C1 is implemented by cascading n units of circuit C2, as shown in Fig. 3. The inputs c and d of circuit C2 represent that $A < B$ and $A > B$ hold respectively for more significant digits than processed by the circuit. The outputs e and f represent that $A < B$ and $A > B$ hold respectively including the digit being processed. Note that 1 represents *true*, and 0 represents *false*. Assuming that the inputs A and B are both unsigned binary numbers, denote e and f by a and b for each case that the combinations of the inputs (c, d) of circuit C2 are $(0, 0)$, $(0, 1)$ and $(1, 0)$.
- (2) Show a circuit diagram of C2, which is as simple as possible, by using AND, OR and NOT gates. Use symbols shown in Fig. 4 for AND, OR and NOT gates.
- (3) Assume that inputs A and B are both signed binary numbers represented in 2's complements. If you want to implement the circuit by making minimum modification to the circuit obtained in Question (2), how should you do? Answer with its reason.
- (4) As shown in Fig. 5, suppose that the input numbers are sorted by connecting several units of circuit C1. Figure 5 shows an example for four inputs. Following Fig. 5, show an example circuit for three inputs.
- (5) For four inputs, you cannot correctly sort inputs using fewer units of circuit C1 than shown in Fig. 5. Explain why.

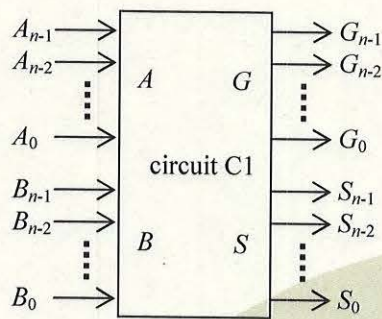


Fig. 1

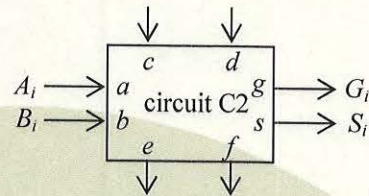


Fig. 2

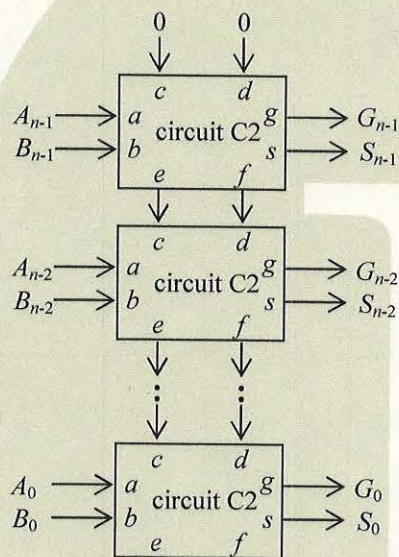


Fig. 3

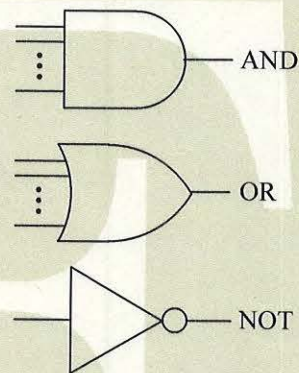


Fig. 4

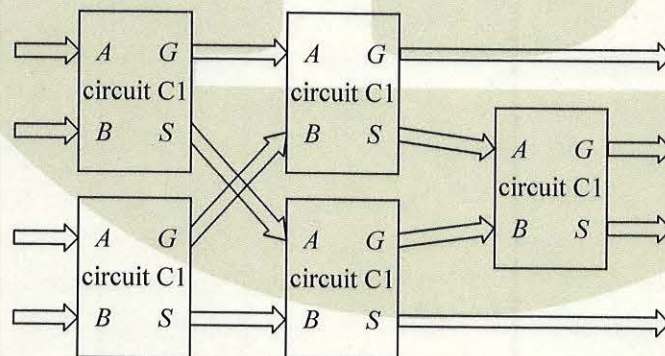


Fig. 5

第6問

ネットワークにおいて、通信の始点から終点への適切な経路を求めるために、グラフ理論が用いられる。グラフは頂点と辺から構成され、辺が向きを持つものを有向グラフと呼ぶ。有向グラフ G は、頂点の集合を V 、辺の集合を A とすると、 $G=(V,A)$ と表される。

また、辺に重み (コスト) を付加したグラフを重み付きグラフと呼び、ある頂点(始点)からある頂点(終点)に至る1つの経路について、その経路上にある辺の重みの合計を、経路の重みと呼ぶ。さらに、始点から終点に至る経路のうち、経路の重みが最小となる経路を最小重み経路と呼ぶ。なお、単純化のために、ある頂点からある頂点に至る辺は、高々1辺しかないものとする。以下の問に答えよ。

- (1) 頂点 v_i から頂点 v_j に至る辺を a_{ij} とするとき、 $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ 、 $A=\{a_{13}, a_{15}, a_{43}, a_{52}, a_{54}\}$ にて表される有向グラフを図示せよ。
- (2) 通信ネットワークでは、適切に重み付けされた有向グラフの最小重み経路を用いて、利用する通信経路を選択している。現在のインターネットにおいて、辺の重みを決定する際に用いられる代表的な指標をあげ、その指標を利用した重みの与え方の実用例を示せ。
- (3) 有向グラフ $G=(V,A)$ において、 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 、始点を頂点 s とした場合の s から v_j までの最小重み経路の重みを $d(v_j)$ とする。ただし、 $d(s)=0$ とし、頂点 v_i から隣接する頂点 v_j に至る辺の重みを $l(a_{ij})>0$ とする。このとき、 $d(v_j)$ は、式(i)を満たす。

$$d(v_j)=\min_{a_{ij}}\{d(v_i)+l(a_{ij})\} \quad (i)$$

図1に示す重み付き有向グラフにて、 v_1 から v_6 に至る最小重み経路を求めよ。さらに、式(i)に基づいて導出する過程も記せ。図中、各辺の隣に書かれている数字は、その辺の重みを表す。

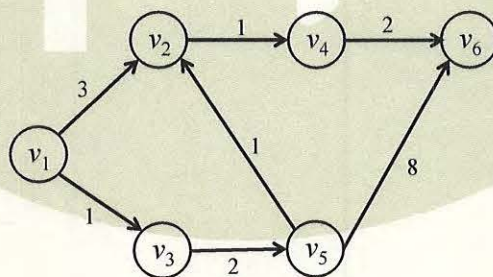


図1

次に示すアルゴリズムを用いることで、負閉路を持たない n 頂点の有向グラフ $G = (V, A)$ において、始点 $s = v_1$ から全ての頂点までの最小重み経路を求めることができる。ここで、負閉路とは、始点と終点が同一の頂点でありその経路の重みが負となるような経路を意味する。また、 $\pi(v_i)$ は、アルゴリズム終了時点において、始点 s から頂点 v_i に至る最小重み経路上での、頂点 v_i に至る直前の頂点を示す。

アルゴリズム

手順 a: $d(s) = 0, d(v) = +\infty (\forall v \in V - \{s\})$,
 $\pi(s) = s, \pi(v) = \text{NULL (未定義)} (\forall v \in V - \{s\})$, $k = 1$ とし,
隣接する頂点 v_i から v_j に至る辺の重みを $c(a_{ij})$ とする。
手順 b: $i = 1$ とする。
手順 c: 頂点 v_i を始点とする全ての辺 a_{ij} について、 $d(v_j) > d(v_i) + c(a_{ij})$ であれば
 $d(v_j) = d(v_i) + c(a_{ij})$, $\pi(v_j) = v_i$ とする。
手順 d: $i < n$ であれば $i = i + 1$ として手順 c に戻る。
手順 e: $k < n$ であれば $k = k + 1$ として手順 b に戻る。
手順 f: 終了。

- (4) 図2に示されるネットワークに対して上記のアルゴリズムを適用し、手順 e にて k が 1 から 2 となった時点での、全ての頂点における $d(v)$ ならびに $\pi(v)$ の値を示せ。また、手順 f に至った時点での、全ての頂点における $d(v)$ ならびに $\pi(v)$ の値を示せ。

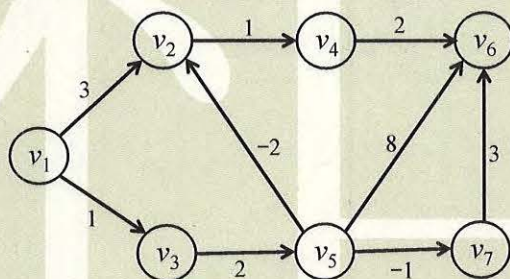


図 2

- (5) 前述のアルゴリズムを用いると、負閉路を持たない有向グラフにおいて、ある頂点からすべての頂点までの最小重み経路を導けることを、数学的帰納法によって証明せよ。
- (6) 前述のアルゴリズムは、現実のネットワークの経路選択に利用されている。しかし、ネットワークの状況が刻一刻と変化するような状況に適用するには、問題が生じる場合がある。その理由を考察せよ。

ENGLISH TRANSLATION

Problem 6

Graph theory is used to find an appropriate path from a source to a destination in communication networks. A graph is composed of nodes and edges. If each edge has direction, the graph is called a directed graph. With V being a set of all nodes and A a set of all edges in a directed graph, the directed graph G is denoted as $G = (V, A)$.

A graph where edges have weights (costs) is called a weighted graph, and the total weight of edges on a given path from a node (source node) to a node (destination node) is called its path weight. A path with the minimum path weight among the paths from a source node to a destination node is called a minimum weight path. For simplicity, we assume that there is at most one edge going from one node to another. Answer the following questions.

- (1) Let a_{ij} be the edge from node v_i to node v_j . Draw a picture of the directed graph with $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, and $A = \{a_{13}, a_{15}, a_{43}, a_{52}, a_{54}\}$.
- (2) In communication networks, minimum weight paths of appropriately weighted directed graphs are used in selecting communication paths. Give a typical example of the metric for determining edge weights in the current Internet, and describe a practical way to decide edge weights with the metric.
- (3) Let $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, and let $d(v_j)$ be the path weight of a minimum weight path from source node s to node v_j in a directed graph $G = (V, A)$. Let $d(s) = 0$, and let $l(a_{ij})$ be the weight from node v_i to its adjacent node v_j ($l(a_{ij}) > 0$). In this case, $d(v_j)$ satisfies Eq. (i).

$$d(v_j) = \min_{a_{ij}} \{d(v_i) + l(a_{ij})\} \quad (i)$$

Give the minimum weight path from v_1 to v_6 in the weighted directed graph shown in Fig. 1. Also show the process of finding the path on the basis of Eq. (i). In the Figures, the weight of an edge is shown next to the edge.

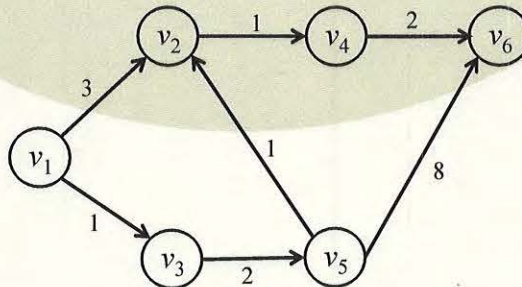


Fig. 1

Following the algorithm given below, the minimum weight paths from source node $s = v_1$ to all nodes can be found in a n -node directed graph $G = (V, A)$ without negative cycles. Note that a negative cycle means a negative weight path where the source and destination are identical. When the algorithm terminates, $\pi(v_i)$ shows the precedent node of node v_i on the minimum weight path going from source node s to node v_i .

Algorithm

Step a : Let $d(s) = 0, d(v) = +\infty (\forall v \in V - \{s\})$,
 $\pi(s) = s, \pi(v) = \text{NULL (undefined)} (\forall v \in V - \{s\})$, and $k = 1$.
 Also, let $c(a_{ij})$ be the edge weight from node v_i to its adjacent node v_j .

Step b : Let $i = 1$.

Step c : Regarding all edges a_{ij} whose source node is v_i , if $d(v_j) > d(v_i) + c(a_{ij})$,
 then let $d(v_j) = d(v_i) + c(a_{ij})$, and $\pi(v_j) = v_i$.

Step d : If $i < n$ then let $i = i + 1$ and go back to Step c.

Step e : If $k < n$ then let $k = k + 1$ and go back to Step b.

Step f : Stop.

- (4) Applying the above algorithm to the network in Fig. 2, show the values of $d(v)$ and $\pi(v)$ for all nodes when k has become 2 from 1 at Step e. Also, show the values of $d(v)$ and $\pi(v)$ for all nodes at Step f.

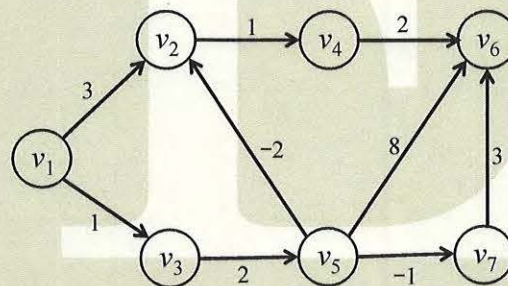


Fig. 2

- (5) Using mathematical induction, prove that the algorithm shown above can find the minimum weight paths from one source node to all destination nodes in a directed graph without negative cycles.
- (6) The algorithm shown above is deployed to decide a path in actual communication networks. However, a problem may arise in applying the algorithm to the networks whose states change frequently. Explain why.

第7問

以下のI, IIに答えよ.

I. 半導体における光吸収に関する以下の問に答えよ.

(1) 図1のようなバンド図 (エネルギー E と波数 k の関係) に示すように, フォトンエネルギー $\hbar\omega$ ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h : プランク定数, ω : 角周波数) の入射光を吸収することによって,

波数 k_1 の正孔と波数 k_2 の電子が生成されたとする. このときに成立するエネルギー保存の式を記せ. なお, この半導体のバンドギャップを E_g , 電子および正孔の有効質量を, それぞれ, m_e , m_h とする.

(2) 一方, k_1 と k_2 の間には, エネルギー保存則とは別の制約条件も成り立つ. そのような条件は何と呼ばれるか, 具体的な条件式とともに答えよ. また, なぜそのような制約が生じるのか, その理由を述べよ.

(3) 上記のような光吸収において, 生成される電子-正孔対の合計の運動エネルギーは, 質量 μ を持った波数 k_1 の仮想的な粒子の運動エネルギーと等価であると見なすことができる. この仮想粒子の質量 μ を求めよ.

(4) わずかに不純物を含んだ半導体における典型的な光吸収スペクトルは, 図2のように描くことができる. このうち, (e)は上記のようなバンド間遷移によるものである. (a), (b), (c), (d)の光吸収に対応するメカニズムを, それぞれ, 以下の語群から選ぶとともに, そのように考えた根拠を簡潔に記せ. ただし, 一つの語句を二回以上選んではならない.

[語群] 不純物吸収, 励起子吸収, 自由キャリア吸収, 内殻遷移吸収, 格子振動吸収

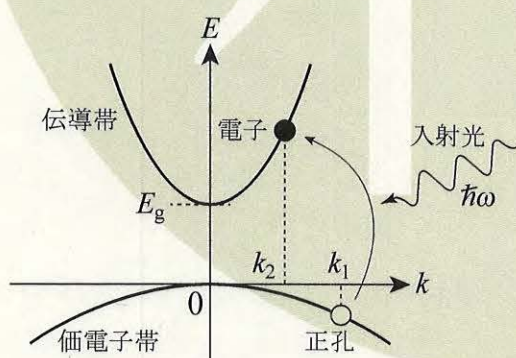


図1

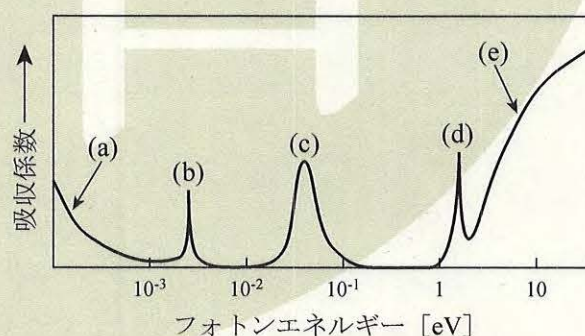


図2

II. 図3に示すようなバンド構造を持つ半導体 A, B, C があるとする。これらを、下の(i)の素子に利用することを考える。このとき、バンド構造から読み取れる半導体 A, B, C の長所と短所について、半導体 A, B, C 間の相互の違いが明確になるように比較しながら論ぜよ。また、(ii), (iii)の素子に利用した際の長所と短所についても同様に論ぜよ。

- (i) 電子伝導素子 (例：n型チャネル電界効果トランジスタ)
- (ii) 受光素子 (例：フォトダイオード, 太陽電池)
- (iii) 発光素子 (例：発光ダイオード, 半導体レーザー)

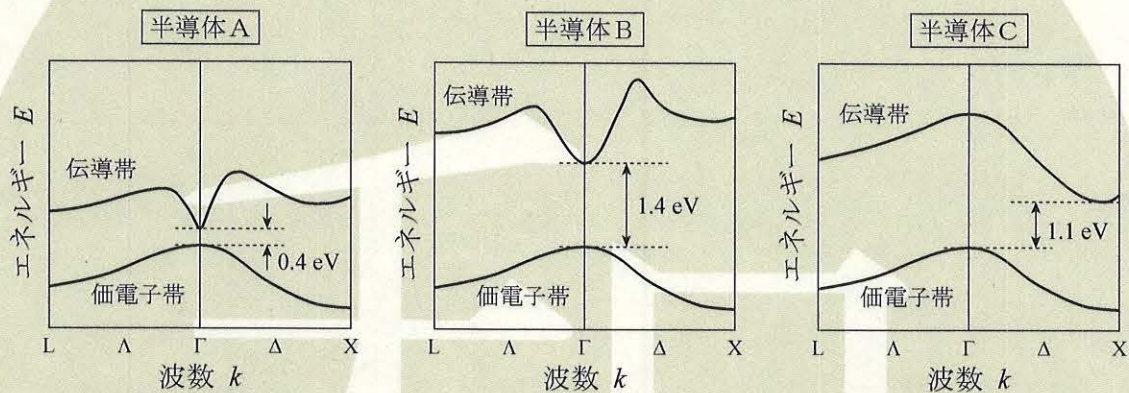


図3

ENGLISH TRANSLATION

Problem 7

Answer the following Questions I and II.

I. Answer the following questions concerning photo-absorption in semiconductors.

- (1) Suppose a situation that a hole at a wavenumber of k_1 and an electron at a wavenumber of k_2 are generated by absorbing an incident light at a photon energy of $\hbar\omega$ ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h : Planck's constant, ω : angular frequency), as illustrated in the band diagram (the relationship between energy E and wavenumber k) shown in Fig. 1. Describe an equation expressing the law of energy conservation in this process. Here, the band gap of this semiconductor is given by E_g , and the effective masses of electrons and holes are given by m_e and m_h , respectively.
- (2) In addition to the law of energy conservation, there exists another condition between k_1 and k_2 . Answer what this condition is called, and describe an equation expressing it. Explain the reason why such a condition is required.
- (3) In the photo-absorption process above, the total kinetic energy of a generated electron-hole pair can be regarded as the kinetic energy of a quasi-particle with a mass of μ and a wavenumber of k_1 . Find the mass μ of this quasi-particle.
- (4) Figure 2 depicts a typical photo-absorption spectrum of a semiconductor with a small amount of impurities. Here, (e) represents the inter-band transition discussed above. Choose the mechanisms of photo-absorption corresponding to (a), (b), (c) and (d), respectively, from the group of terms listed below, and concisely describe the reasons why you identify them. Note that no single term should be chosen twice or more.

[Terms] impurity absorption, exciton absorption, free-carrier absorption, inner-shell absorption, lattice vibration absorption

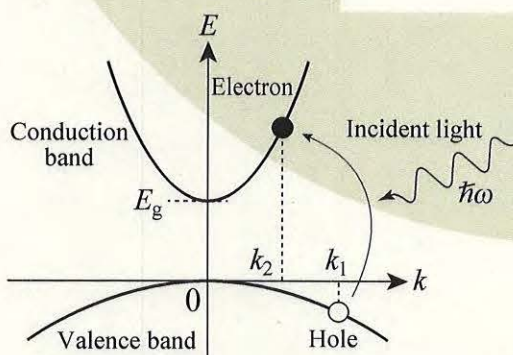


Fig. 1

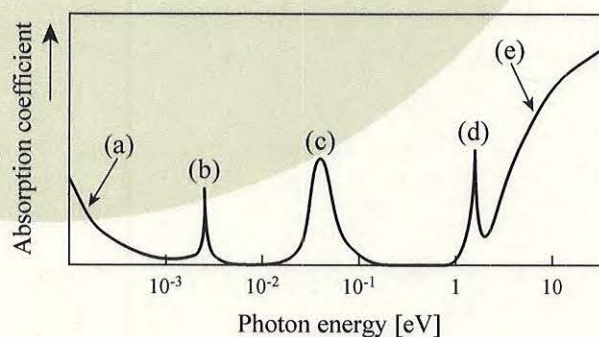


Fig. 2

II. Consider semiconductors A, B and C whose band structures are depicted as Fig. 3. First, suppose that we apply these three semiconductors to the following device (i). Discuss advantages and disadvantages of semiconductors A, B and C that can be deduced from their band structures, by mutual comparison among these semiconductors. Then, discuss similarly the cases that these three semiconductors are applied to the devices (ii) and (iii).

- (i) electron transport devices (e.g. n-type channel field-effect transistors)
- (ii) photo-detecting devices (e.g. photo diodes, solar cells)
- (iii) photo-emitting devices (e.g. light emitting diodes, semiconductor lasers)

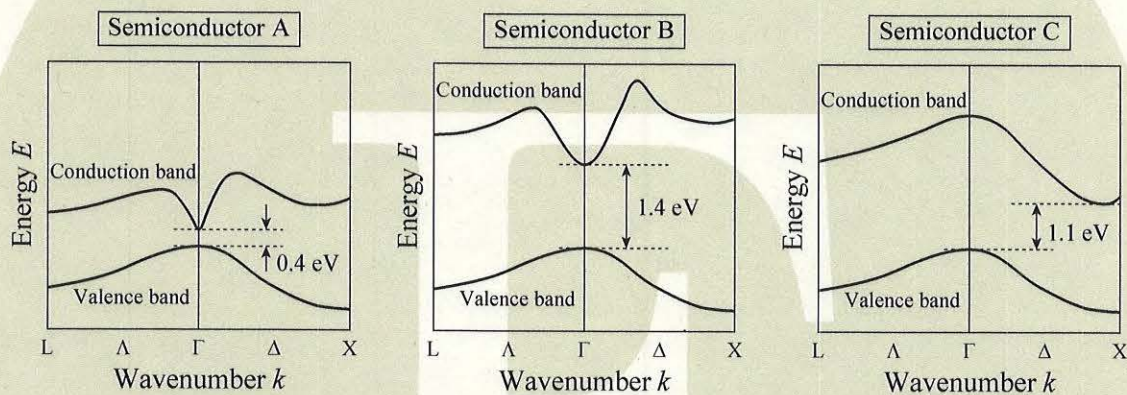


Fig. 3

第8問

金属・酸化物・半導体(MOS)電界効果トランジスタに関して、下記の問に答えよ。半導体はシリコンであるとする。

- (1) フラットバンド電圧 V_{FB} が $-0.5V$ 、しきい値電圧 V_T が $0.5V$ の MOS トランジスタがある。
この MOS トランジスタのフラットバンド時における MOS 構造のバンド図を模式的に図示せよ。ゲート電極を左、酸化物を中央、半導体を右に配置し、縦軸はエネルギーとする。半導体のフェルミ準位 E_F 、伝導帯端 E_C 、価電子帯端 E_V を明示すること。
- (2) ゲート電圧 V_G が、(a) $V_G < V_{FB}$, (b) $V_{FB} < V_G < V_T$, (c) $V_G > V_T$ である場合について MOS 構造のバンド図をそれぞれ模式的に図示せよ。また、(a), (b), (c) それぞれにおける MOS 構造の状態は何と呼ばれているか。さらに、それらの状態の特徴を説明せよ。
- (3) MOS トランジスタの V_T が、式(i)で与えられる理由を説明せよ。ただし、 ϕ_F はこの半導体のフェルミ準位と真性フェルミ準位の差であり、式(ii)で与えられる。 q は電荷素量、 N_1 は半導体チャネルの不純物濃度、 W_{Dmax} は最大空乏層幅(厚さ)、 C_{ox} は単位面積当たりのゲート絶縁膜容量、 k はボルツマン定数、 T は温度、 n_i は真性半導体のキャリア濃度である。

$$V_T = V_{FB} + 2\phi_F + \frac{qN_1W_{Dmax}}{C_{ox}} \quad (i)$$

$$\phi_F = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_1}{n_i} \quad (ii)$$

- (4) 式(i)中の W_{Dmax} は N_1 の関数であるが、どのような関数か示せ。さらに、 V_T と N_1 の関係を示せ。但し、式(ii)における ϕ_F の N_1 依存性は小さいので、無視して良い。
- (5) 図1は、異なる2つのプロセス(プロセスAとプロセスB)で作製した MOS トランジスタにおける V_T とゲート絶縁膜厚 t の関係を示している。両プロセスでは N_1 は同じでチャネルは均一にドーピングされており、チャネル長は十分に長く短チャネル効果は無視できるとする。図1から、プロセスAとプロセスBでは、トランジスタを構成する材料の少なくとも2つの物性パラメータが異なっていることがわかる。どのような物性パラメータがどの程度異なっているか答えよ。
- (6) 問(5)で答えた2つの物性パラメータを変化させるための手法について知るところを述べよ。

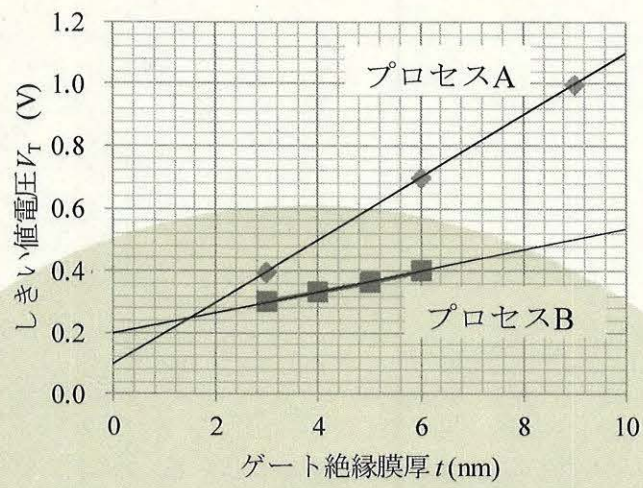


図 1

和

ENGLISH TRANSLATION

Problem 8

Answer the following questions on metal-oxide-semiconductor (MOS) field-effect transistors. Assume that the semiconductor is silicon.

- (1) Consider a MOS transistor where the flat band voltage V_{FB} is -0.5V and the threshold voltage V_T is 0.5V . Draw schematically the band diagram of this MOS structure at the flat band condition. Let the vertical axis be the potential. Place the gate electrode in the left, the oxide in the middle, and the semiconductor in the right. Indicate the Fermi level E_F , the bottom of the conduction band E_C , and the top of the valence band E_V of the semiconductor in the diagram.
- (2) Draw schematically the band diagrams of the MOS structure at conditions of (a) $V_G < V_{FB}$, (b) $V_{FB} < V_G < V_T$, and (c) $V_G > V_T$, where V_G is the gate voltage. Answer what the modes of the MOS structure are called under conditions (a), (b), and (c), respectively, and explain the features of these modes.
- (3) Explain why V_T of a MOS transistor is given by Eq. (i), where ϕ_F given by Eq. (ii) is the difference in the Fermi level between this semiconductor and the intrinsic semiconductor, q is the elementary charge, N_1 is the impurity concentration of this semiconductor, W_{Dmax} is the maximum depletion layer width (depth), C_{ox} is the gate dielectric capacitance per unit area, k is the Boltzmann constant, T is the temperature, and n_i is the intrinsic carrier concentration.

$$V_T = V_{FB} + 2\phi_F + \frac{qN_1W_{Dmax}}{C_{ox}} \quad (i)$$

$$\phi_F = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_1}{n_i} \quad (ii)$$

- (4) W_{Dmax} in Eq. (i) is a function of N_1 . Express W_{Dmax} using N_1 . Furthermore, show the relationship between V_T and N_1 . Because the dependence of ϕ_F on N_1 in Eq. (ii) is weak, you may ignore this dependence.
- (5) Figure 1 shows the relationship between V_T and the gate dielectric thickness t in MOS transistors fabricated by two different processes (Process A and Process B). In both processes, N_1 is identical and the channels are uniformly doped. The channel length is so long that the short channel effect is negligible. Figure 1 indicates that at least two parameters of material properties in these transistors are different in Process A and Process B. Explain what kinds of parameters are different and estimate the differences in these parameters.
- (6) Describe how to change these two parameters of material properties answered in Question (5).

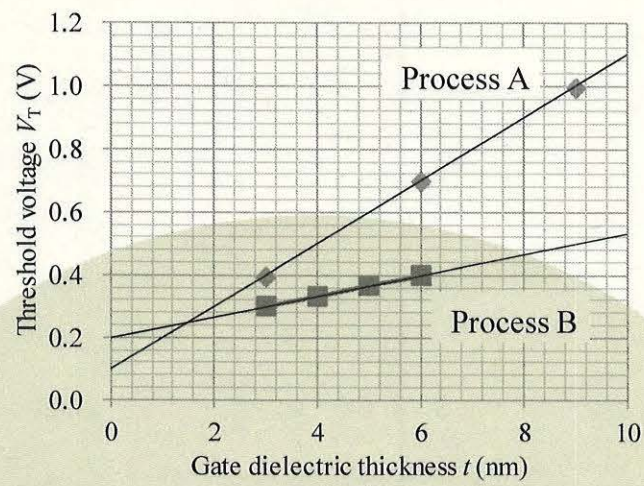


Fig. 1

第9問

直流電動機の特性は次の式で与えられる.

$$T_m = Ki$$

$$e_c = K\omega$$

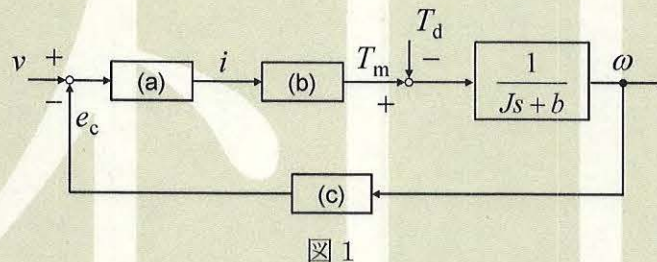
$$L_a \frac{di}{dt} + R_a i = v - e_c$$

ここで, T_m は発生トルク, ω は回転角速度, e_c は逆起電力, v は電機子電圧, i は電機子電流, L_a は電機子インダクタンス, R_a は電機子抵抗, K は定数である. また, この電動機に負荷が接続され, 次の運動方程式が成り立つとする.

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_d - b\omega$$

ただし, $b\omega$ は粘性トルクで b は定数, T_d は外乱トルク, J は回転軸回りの慣性モーメントである. 次の問に答えよ.

- (1) 図1の(a), (b), (c)に適切な伝達関数を入れて, 直流電動機のブロック線図を完成させよ. 図の中で $1/(Js+b)$ は, $T_m - T_d$ を入力, ω を出力とする伝達関数である.



- (2) 直流電動機を使った図2のような速度制御システムを考える. 図中の破線内の部分は図1の直流電動機のブロック線図と同一であり, ω_{ref} は回転角速度の指令値, $G_c(s)$ は制御器である.

- (2-a) ω , ω_{ref} , T_d のラプラス変換をそれぞれ $\Omega(s)$, $\Omega_{\text{ref}}(s)$, $T_d(s)$ として次式が得られた.

$$\Omega(s) = G(s)\Omega_{\text{ref}}(s) - G_d(s)T_d(s)$$

$G(s)$ は回転角速度目標値に対する系の入出力伝達関数, $G_d(s)$ は外乱に対する伝達関数である. $G(s)$ と $G_d(s)$ を求めよ.

- (2-b) $G_c(s)$ が比例制御 (P 制御) の制御器であり,

$$G_c(s) = K_p$$

とする. 外乱トルク $T_d = 0$ とする. ω の応答の安定性および定常誤差について説明せよ.

(2-c) $G_c(s)$ が比例積分制御 (PI 制御) の制御器であり,

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

とする. 外乱トルク $T_d=0$ とする. ω の応答の安定性および定常誤差について説明せよ.

(2-d) 外乱トルクが一定と仮定して, $T_d(s)=K_d/s$ とする. K_d は定数である. $G_c(s)$ が PI 制御器のとき, 外乱トルクの影響は時間とともに減衰することを示せ.

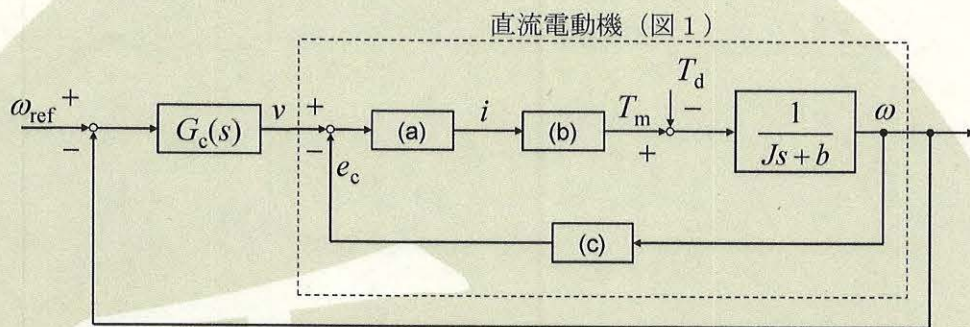


図 2

(3) 直流電動機の世界速度制御法として, 電機子電圧 v を変えて速度を制御する静止レオナード法がある. 静止レオナード法に関する以下の問に答えよ.

(3-a) 電力変換回路も含め, 静止レオナード法の基本構成を図に示せ.

(3-b) 静止レオナード法の動作を説明せよ.

ENGLISH TRANSLATION

Problem 9

Characteristics of a DC motor are given by the following equations.

$$T_m = Ki$$

$$e_c = K\omega$$

$$L_a \frac{di}{dt} + R_a i = v - e_c$$

Here, T_m is the generated torque, ω is the angular velocity of the rotor, e_c is the back electromotive force, v is the armature voltage, i is the armature current, L_a is the armature inductance, R_a is the armature resistance, and K is a constant. When the motor is connected to a mechanical load, the equation of motion is given by

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_d - b\omega,$$

where $b\omega$ is the viscous torque (b : constant), T_d is the disturbance torque, and J is the moment of inertia about the rotation axis. Answer the following questions.

- (1) Put a proper transfer function in (a), (b), and (c), respectively, in Fig. 1 to complete the block diagram of the DC motor. In Fig. 1, $1/(Js + b)$ is the transfer function between $T_m - T_d$ as input and ω as output.

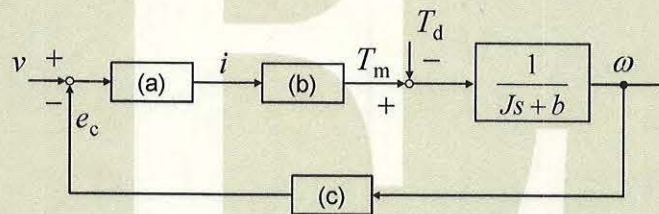


Fig. 1

- (2) Consider the velocity control system using a DC motor shown in Fig. 2. The portion surrounded by a broken line corresponds to the block diagram of the DC motor shown in Fig. 1. Here, ω_{ref} is the reference signal of the angular velocity of the rotor, and $G_c(s)$ is the transfer function of the controller.
- (2-a) Using $\Omega(s)$, $\Omega_{\text{ref}}(s)$, and $T_d(s)$, which are the Laplace transforms of ω , ω_{ref} , and T_d , respectively, the following equation is obtained.

$$\Omega(s) = G(s)\Omega_{\text{ref}}(s) - G_d(s)T_d(s)$$

Here, $G(s)$ is the input-output transfer function of the reference angular velocity of the rotor, and $G_d(s)$ is the transfer function of the disturbance torque. Derive $G(s)$ and $G_d(s)$.

- (2-b) Consider the case where $G_c(s)$ is the transfer function of a proportional controller (P controller) given by

$$G_c(s) = K_p.$$

Explain the stability and the offset of the response of ω . Here, assume that the disturbance torque $T_d = 0$.

- (2-c) Consider the case where $G_c(s)$ is the transfer function of a proportional-integral controller (PI controller) given by

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}.$$

Explain the stability and the offset of the response of ω . Here, assume that the disturbance torque $T_d = 0$.

- (2-d) Assume that the disturbance torque is constant and given by $T_d(s) = K_d/s$, where K_d is a constant. Show the influence of the disturbance torque decays with time, provided $G_c(s)$ is the transfer function of a PI controller.

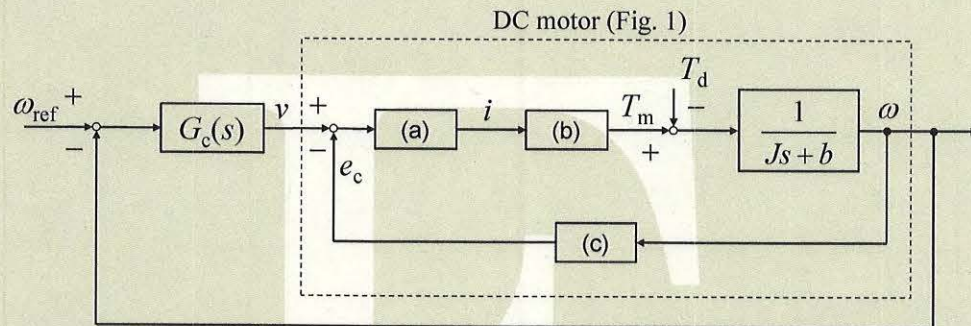


Fig. 2

- (3) Consider the static Leonard system, which controls the velocity of a DC motor by varying the armature voltage v . Answer the following questions.
- (3-a) Draw a fundamental configuration of the static Leonard system, including a power convertor circuit.
- (3-b) Explain how the static Leonard system works.

第10問

電力工学に関する以下の問に答えよ。ただし、本問では、電圧は交流回路の実効値で表示するものとする。また、本問の \dot{E}_G 、 \dot{E}_∞ は複素数表現の電圧を表し、上にドットが付いていない場合はその絶対値、つまり $E_G = |\dot{E}_G|$ 、 $E_\infty = |\dot{E}_\infty|$ を表す。

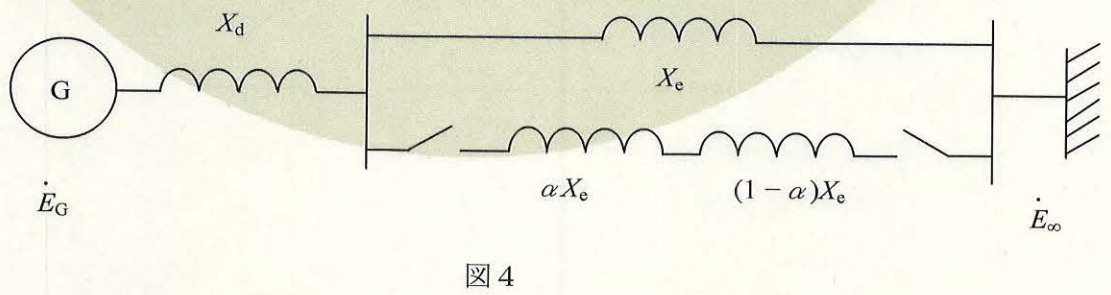
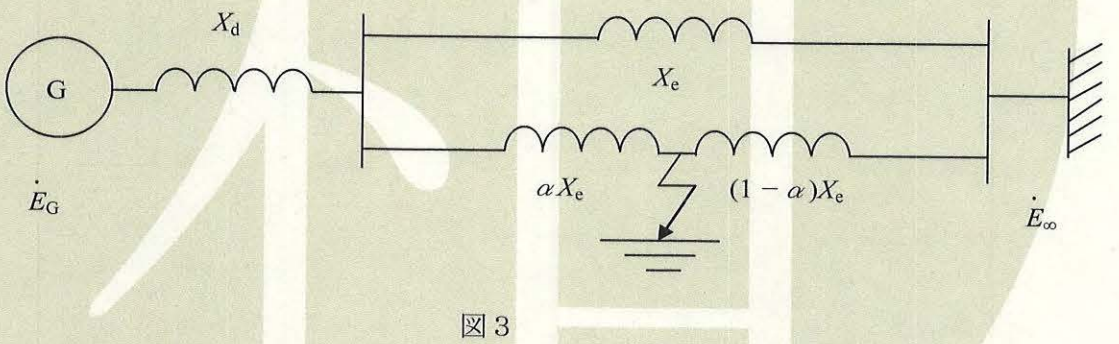
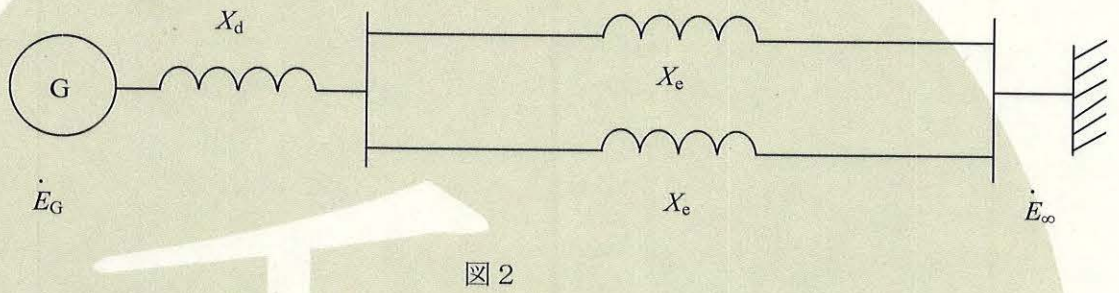
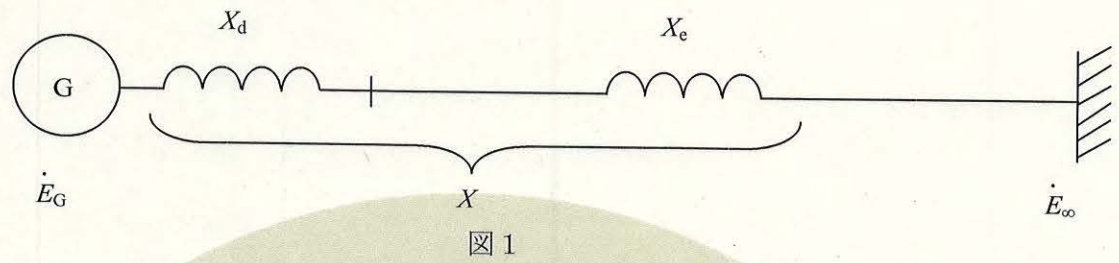
- (1) 図1のような一機無限大母線系統（三相）を考える。この系統において、発電機の内部電圧（内部起電力）を \dot{E}_G 、無限大母線電圧を \dot{E}_∞ 、その間の位相差である相角度を δ とし、発電機リアクタンス X_d と送電線リアクタンス X_e の和を X とする。このとき、有効電力 P_e が式(i)で表されることを示せ。ただし、 E_G 、 E_∞ は線間電圧であることに注意すること。

$$P_e = \frac{E_G E_\infty}{X} \sin \delta \quad (\text{i})$$

- (2) 図2のように、送電線が二回線となっている一機無限大母線系統（三相）を考える。この系統において、発電機の内部電圧（内部起電力）を \dot{E}_G 、無限大母線電圧を \dot{E}_∞ とし、その間の位相差である相角度を δ とする。発電機リアクタンスは $X_d = 0.5$ [p.u.] で一定とし、二回線の各線路のリアクタンスは共に $X_e = 0.5$ [p.u.] で等しいとする。また、 $E_G = 1.0$ [p.u.]、 $E_\infty = 1.0$ [p.u.] とし、 E_G 、 E_∞ は線間電圧であるとする。時刻 t_0 より前 ($t < t_0$) においては、この系統は図2に示す状態であり、相角度 $\delta = \delta_0$ 、かつ $d\delta/dt = 0$ であった。時刻 t_0 において、図3のように、二回線のうち、片側一回線の途中の1点（送電端と故障点との間のリアクタンスが αX_e の点）において三相地絡故障が発生した。ただし $0 \leq \alpha \leq 1$ である。また、時刻 t_1 ($t_1 > t_0$) で相角度 $\delta = \delta_1$ となったとき、図4のように故障回線が開放された。相角度は時刻 t_2 ($t_2 > t_1$) で最大値 $\delta = \delta_2$ を取り、その後減少した。

- (2-a) 故障発生前、故障発生中、故障回線開放後の送電可能な有効電力 P_e の最大値をそれぞれ求めよ。
- (2-b) グラフの横軸に相角度 δ 、縦軸に送電可能な有効電力 P_e をとり、 δ と P_e の関係を示す曲線を電力相角度曲線とよぶ。故障発生前、故障発生中、故障回線開放後における三本の電力相角度曲線を、単一のグラフ上に描け。
- (2-c) 発電機 G の慣性定数を M 、機械入力を P_m としたとき、その動揺方程式が(ii)式で与えられるものとする。時刻 t_0 から t_2 までの δ と P_e の変化を、問(2-b)で描いたグラフ上に軌跡として描け。また、図中に描いた δ の変化を、(ii)式を用いて簡潔に説明せよ。

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (\text{ii})$$



ENGLISH TRANSLATION

Problem 10

Answer the following questions with regard to power engineering. Note that voltages are expressed in terms of effective values in AC circuits. Note also that \dot{E}_G and \dot{E}_∞ with dots denote voltages in complex numbers, and that E_G and E_∞ denote the absolute values of \dot{E}_G and \dot{E}_∞ , respectively. Namely, $E_G = |\dot{E}_G|$, and $E_\infty = |\dot{E}_\infty|$.

- (1) Let us consider a one-machine-to-inifinite bus system (a three phase system) shown in Fig. 1. Suppose that the internal voltage (electromotive force) at the generator is \dot{E}_G , and that the infinite bus voltage is \dot{E}_∞ . Suppose also that the phase difference between \dot{E}_G and \dot{E}_∞ is defined as power angle, δ . Let X be the sum of the generator reactance, X_d , and the reactance of the transmission line, X_e . Prove that the active power, P_e , is given by Eq. (i). Note that both E_G and E_∞ are line voltages.

$$P_e = \frac{E_G E_\infty}{X} \sin \delta \quad (i)$$

- (2) Let us consider another one-machine-to-inifinite bus system (a three phase system), which has two transmission lines as shown in Fig. 2. Suppose that the internal voltage (electromotive force) at the generator is \dot{E}_G , and that the infinite bus voltage is \dot{E}_∞ . Suppose also that the phase difference between \dot{E}_G and \dot{E}_∞ is defined as power angle, δ . Suppose that the generator reactance, X_d , is constant (0.5 [p.u.]) in this system, and that the two transmission lines have the same reactance, X_e , of 0.5 [p.u.]. Suppose also that both E_G and E_∞ are 1.0 [p.u.]. Note that both E_G and E_∞ are line voltages. For $t < t_0$, where t expresses time, this system was represented as shown in Fig. 2, in which the power angle satisfied the following conditions, $\delta = \delta_0$ and $d\delta/dt = 0$. At $t = t_0$, a three-phase ground fault occurred at a certain point on one of the transmission lines, where the reactance between the generating end and the fault point is αX_e as shown in Fig. 3. Note that $0 \leq \alpha \leq 1$. When the power angle was δ_1 at $t = t_1$ ($t_1 > t_0$), the transmission line with the ground fault was opened as shown in Fig. 4. The power angle reached the maximum, δ_2 , at $t = t_2$ ($t_2 > t_1$). Then it decreased.
- (2-a) Find the maximum values of the active transmittable power, P_e , before the fault, during the fault, and after the open of the transmission line with the fault, respectively.
- (2-b) A power-angle curve expresses relationships between power angle δ and active transmittable power P_e . It can be drawn in a graph, in which the horizontal and the vertical axes correspond to δ and P_e , respectively. Depict three power angle curves before the fault, during the fault, and after the open of the transmission line with the fault, in a single graph.
- (2-c) Let us assume that the swing equation of the generator, G , is expressed in Eq. (ii), where M is the inertia constant, and P_m is the mechanical energy input. Plot the trajectories of δ and P_e in the graph depicted in Question (2-b) for $t_0 < t < t_2$. Then explain briefly why δ moves as shown in the graph, using Eq. (ii).

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (\text{ii})$$

