

問題 1

図1のように、座標系 (x, y, z) で定義される空間において、 $z \geq 0$ の領域は完全導体、 $z < 0$ の領域は真空であるとする。 $z < 0$ の領域で、 $-z$ 方向から $z = 0$ の完全導体の表面に向かって電磁波が入射してくる。この入射波の電界 $\mathbf{E}^i = (E_x^i, E_y^i, E_z^i)$ は、式(i)で与えられる。

$$\begin{cases} E_x^i = E_0 \cos(kz - \omega t) \\ E_y^i = E_0 \sin(kz - \omega t) \\ E_z^i = 0 \end{cases} \quad (\text{i})$$

ただし、 E_0 は入射波の電界の振幅、 k は波数、 ω は角周波数、 t は時間である。また、 $k > 0$ 、 $\omega > 0$ とする。

- (1) $z < 0$ の領域における、入射波の磁束密度 \mathbf{B}^i を求めよ。
- (2) $z < 0$ の領域における、入射波の電界 \mathbf{E}^i 、入射波の磁束密度 \mathbf{B}^i の伝搬の様子を、図を用いて説明せよ。
- (3) $z \geq 0$ の完全導体の領域における、電界、磁束密度を求めよ。
- (4) $z = 0$ の境界面では、電磁波の反射がおきる。 $z < 0$ の領域における反射波の電界 \mathbf{E}^r 、反射波の磁束密度 \mathbf{B}^r を求めよ。ただし、反射波は $-z$ 方向へ進行していくとしてよい。
- (5) $z < 0$ の領域では、入射波と反射波は定在波を形成する。この現象を式と図を用いて説明せよ。

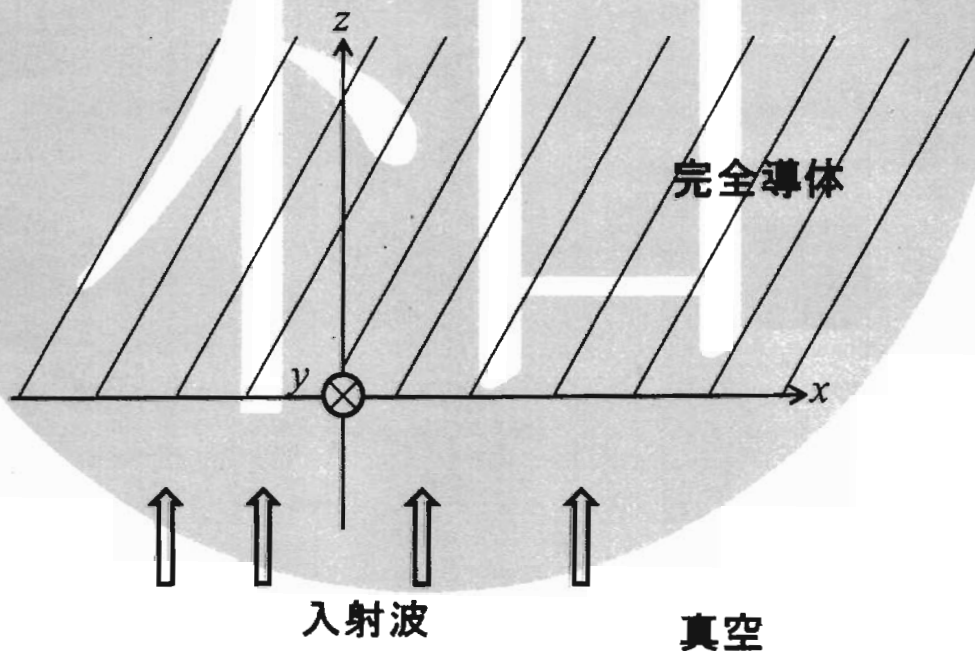


図 1

Problem 1

In the space with coordinate system (x, y, z) , the region of $z \geq 0$ is a perfect conductor and the region of $z < 0$ is a vacuum as shown in Fig. 1. In the region of $z < 0$, an incident electro-magnetic wave propagates from $-z$ direction toward the surface of the perfect conductor at $z = 0$. The electric field $\mathbf{E}^i = (E_x^i, E_y^i, E_z^i)$ of the incident wave is given as Eq. (i).

$$\begin{cases} E_x^i = E_0 \cos(kz - \omega t) \\ E_y^i = E_0 \sin(kz - \omega t) \\ E_z^i = 0 \end{cases}, \quad (i)$$

where E_0 , k , and ω are the amplitude, the wavenumber, and the angular frequency of the electric field of the incident wave, respectively. And t is time. Assume $k > 0$ and $\omega > 0$.

- (1) Derive the magnetic flux density \mathbf{B}^i of the incident wave in the region of $z < 0$.
- (2) Using figures, explain the propagation behavior of the electric field \mathbf{E}^i of the incident wave and the magnetic flux density \mathbf{B}^i of the incident wave in the region of $z < 0$.
- (3) Calculate the electric field and the magnetic flux density in the perfect conductor region of $z \geq 0$.
- (4) The incident wave is reflected at the surface of $z = 0$. Derive the electric field \mathbf{E}^r of the reflected wave and the magnetic flux density \mathbf{B}^r of the reflected wave in the region of $z < 0$. The reflected wave propagates toward $-z$ direction.
- (5) The incident and the reflected waves form a standing wave in the region of $z < 0$. Explain this phenomenon with equations and figures.

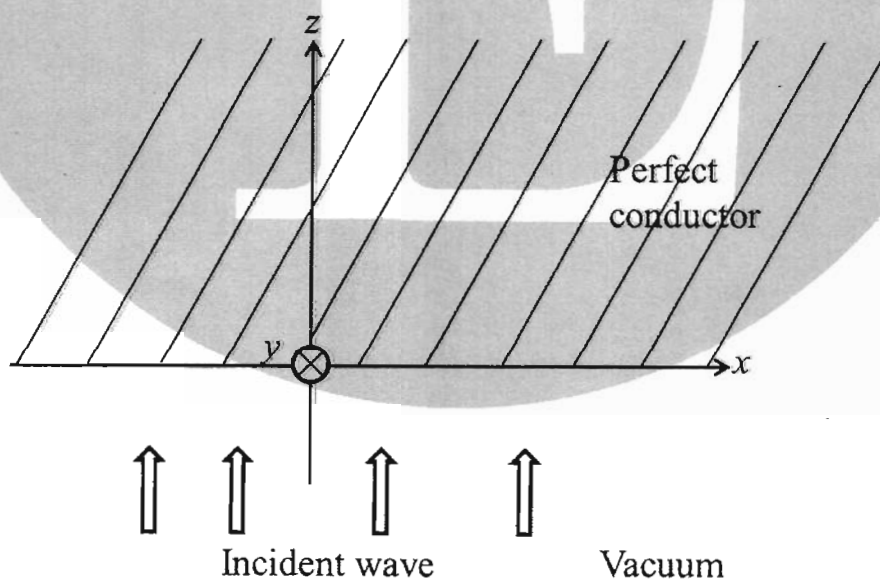


Fig.1

問題 2

以下の問に答えよ。図中の記号は凡例に従う。演算増幅器に関して、増幅率と入力インピーダンスは無限大，出力インピーダンスはゼロ，出力は飽和しないとする。また，時刻 $t = 0$ においてキャパシタの電荷はゼロ，インダクタの電流はゼロとする。

- (1) 図 1 の回路に図 2 のような方形波の入力電圧 V_{in} を加えた。
 - (1-1) 時刻 0 から時刻 1s の間の出力電圧 V_{out} を R と L を使って表せ。
 - (1-2) $R=1\Omega$, $L=1H$ としたとき，時間が十分経過し，出力電圧の振幅が一定になったときの出力電圧の振幅を求めよ。
- (2) 図 3 の回路の入力に角周波数 ω の正弦波交流電圧 v_{in} を加える。
 - (2-1) v_{in} から v_{out} への電圧の伝達関数を角周波数 ω の関数として求めよ。
 - (2-2) $R=1\Omega$, $C=1F$ としたとき，問(2-1)で求めた伝達関数の振幅の角周波数依存性と位相の角周波数依存性の概形を示せ。ただし，角周波数と振幅は対数軸を，位相は線形軸を使用すること。
- (3) 図 4 は非反転増幅器である。この回路の電圧増幅率を求めよ。
- (4) 図 5 のような回路を使って，正弦波発振器を作ること考える。まず， v_{out1} と v_{out2} を切り離して考えておき，後で， v_{out1} と v_{out2} を短絡することで発振器を構成することとする。 v_{out1} と v_{out2} が位相も振幅も等しくなるときに， v_{out1} と v_{out2} を短絡すると発振する。この条件を満たす角周波数 ω の式を求めるとともに， R_1 と R_2 の満たすべき関係を求めよ。
- (5) 図 5 の回路は問(4)で求めた条件を満たせば発振するが，実際には R_1 と R_2 の値にはばらつきがあり，完全に問(4)で求めた条件を満足させることは不可能である。そのため，このままでは発振波形が正弦波でなくなったり，発振振幅がゼロになったりするという問題がある。温度を上げると抵抗が大きく下がる性質をもつサーミスタで R_1 あるいは R_2 を置き換えることにより，この問題を解決できる。どちらの抵抗を置き換えればよいかを示せ。その理由も述べよ。

凡例

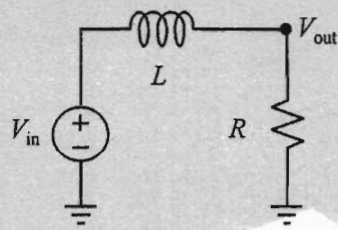
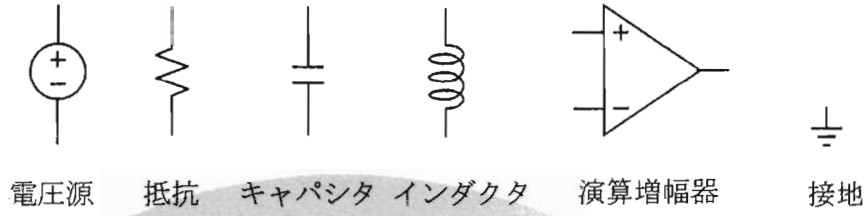


図 1

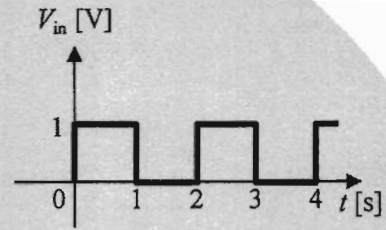


図 2

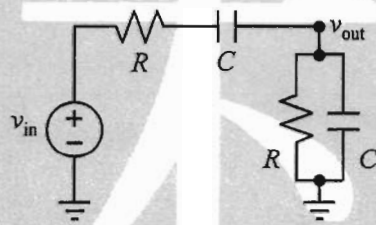


図 3

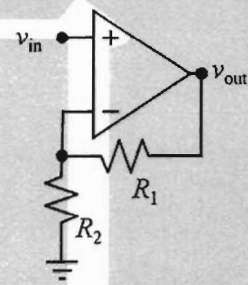


図 4

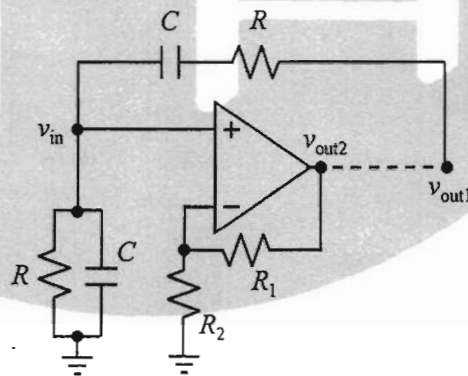


図 5

Problem 2

Answer the following questions. Symbols in the figures are specified in the legend. Assume that the operational amplifier has an infinite gain, an infinite input impedance and a zero output impedance. Assume that the output of the operational amplifier is never saturated. Assume also that no charge is stored in the capacitors and no current flows through the inductors at time $t=0$.

- (1) As the input voltage V_{in} to the circuit in Fig. 1, the square wave in Fig. 2 is applied.
 - (1-1) Show an expression for the output voltage V_{out} from time $t = 0$ s to time $t = 1$ s using R and L .
 - (1-2) Show the amplitude of the output voltage swing when the amplitude of the output voltage swing becomes constant after a sufficient time, assuming that $R=1\ \Omega$ and $L=1\ \text{H}$.
- (2) A sinusoidal AC (alternating-current) voltage of the angular frequency ω is applied to the input v_{in} of the circuit shown in Fig. 3.
 - (2-1) Show the voltage transfer function from v_{in} to v_{out} as a function of the angular frequency ω .
 - (2-2) Assuming that $R=1\ \Omega$ and $C=1\ \text{F}$, sketch graphs for the magnitude-angular frequency characteristics and phase-angular frequency characteristics of the transfer function obtained in Question (2-1). The axes for the angular frequency and the magnitude should be logarithmic, and the axis for the phase should be linear.
- (3) Figure 4 is a non-inverting amplifier. Express the voltage gain of the circuit.
- (4) Consider building a sinusoidal-wave oscillator by using the circuit in Fig. 5. First, separate v_{out1} and v_{out2} , and then short v_{out1} and v_{out2} to form the oscillator. When the condition that the phase and magnitude of v_{out1} and v_{out2} are equal is met, the oscillation starts if v_{out1} and v_{out2} are shorted. Find an expression for the angular frequency ω , and the relationship between R_1 and R_2 to satisfy this condition.
- (5) The circuit in Fig. 5 starts oscillating when the condition found in Question (4) is met, but in reality there are variations in the values of R_1 and R_2 and it is impossible to completely satisfy the condition found in Question (4). Consequently, as is, the waveform of the oscillation may become non-sinusoidal or the oscillation swing may become zero. This problem can be solved by replacing either R_1 or R_2 by a thermistor whose resistance decreases much as the temperature increases. Show which resistor should be replaced. Explain the reason, too.

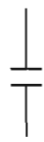
Legend



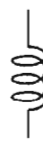
Voltage source



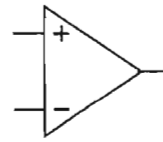
Resistor



Capacitor



Inductor



Operational amplifier



Ground

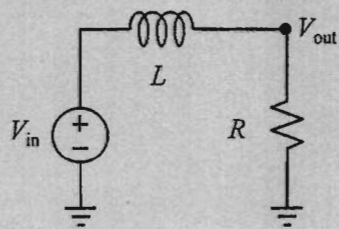


Fig. 1

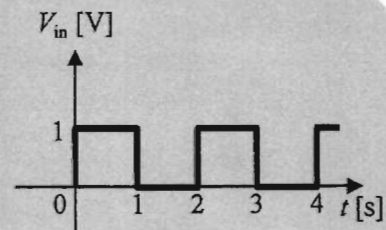


Fig. 2

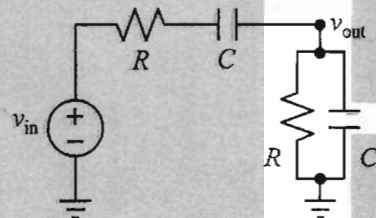


Fig. 3

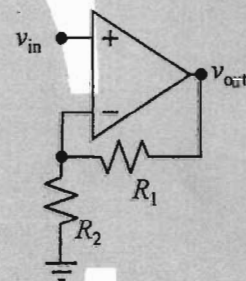


Fig. 4

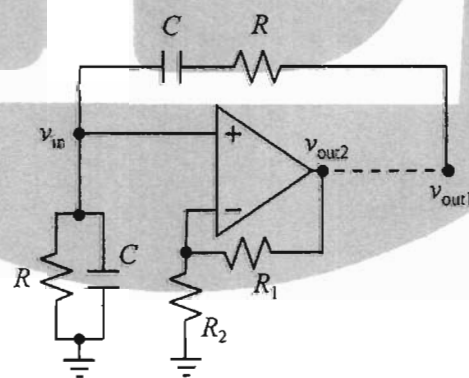


Fig. 5

問題 3

「賛成」あるいは「反対」の意見を雑音のある通信路を介して複数人から収集するアンケートシステムを設計したい。雑音のある通信路は、1分あたり「賛成」あるいは「反対」の一つの意見を伝送する二元対称通信路であり、誤り率は10%であるものとする。また、「賛成」と「反対」の意見の生起確率はそれぞれ95%、5%と想定してシステムを設計するものとする。なお、 $\log_2 3 = 1.58$, $\log_2 5 = 2.32$, $\log_2 95 = 6.57$ とし、相互情報量 I は式(i)で与えられるものとする。 $P(A_i)$ は記号 A_i の起こる確率、 $P(B_j | A_i)$ は記号 A_i が起こったときに記号 B_j が起こる条件付き確率である。

$$I = \sum_j P(B_j) \log_2 \left(\frac{1}{P(B_j)} \right) - \sum_i P(A_i) \sum_j P(B_j | A_i) \log_2 \left(\frac{1}{P(B_j | A_i)} \right) \quad (i)$$

- (1) 想定した生起確率を有する意見のエントロピーを求めよ。
- (2) 相互情報量と通信路容量の関係を説明せよ。
- (3) この二元対称通信路の通信路容量を求めよ。
- (4) ハフマン符号を適切に設計すれば、この通信路を用いて1分あたり二つの意見を同時に送信することができるか否かを理由を付けて示せ。
- (5) 適切な情報源符号化や通信路符号化を用いることで、この通信路を用いて誤りなく1分あたり一つの意見を送信することができるか否かを理由を付けて示せ。
- (6) 適切な情報源符号化や通信路符号化を用いることで、この通信路を用いて誤りなく意見を送信できる最大の送信レート(意見/分)を求めよ。

Problem 3

You need to design a questionnaire system to collect opinions of “agree” or “disagree” from many people through a noisy channel. The noisy channel is a binary symmetric channel capable of transmitting one opinion, either “agree” or “disagree”, once a minute, and the probability of error is 10%. For designing the system, you assume that the probability of being “agree” is 95%, and of being “disagree” is 5%. Use $\log_2 3 = 1.58$, $\log_2 5 = 2.32$, and $\log_2 95 = 6.57$. Mutual information I is given as Eq. (i), where $P(A_i)$ is the probability that we observe the symbol A_i , and $P(B_j | A_i)$ is the conditional probability that we observe the symbol B_j given that the symbol A_i has occurred.

$$I = \sum_j P(B_j) \log_2 \left(\frac{1}{P(B_j)} \right) - \sum_i P(A_i) \sum_j P(B_j | A_i) \log_2 \left(\frac{1}{P(B_j | A_i)} \right) \quad (i)$$

- (1) Show the entropy of the opinions that have the assumed occurrence probability.
- (2) Explain the relationship between the mutual information and the channel capacity.
- (3) Show the channel capacity of this binary symmetric channel.
- (4) Show whether it is possible, by designing an appropriate Huffman code, to transmit two opinions at a time per minute in this channel. Explain its reason.
- (5) Show whether it is possible, through an appropriate source coding and channel coding, to transmit one opinion per minute with no errors in this channel. Explain its reason.
- (6) Find the maximum transmission rate (opinions / minute) at which the system can transmit opinions with no errors in this channel assuming that you could find an appropriate source coding and channel coding.

問題 4

図 1 に示すような 8 パズルを解くアルゴリズムを考える。8 パズルでは 3×3 のマス目に 1 から 8 の数字がついたタイル 8 枚とそれらタイルを動かすためのスペースがある。このスペースは図 1 において 0 で表されている。8 パズルとは与えられた初期状態から図 1(b)に示すようなゴールとなる状態にするパズルである。動かせるタイルはスペースに隣接されているものだけに限り、滑らせて動かすことしかできない。すなわち、タイルを上にとって動かすことはできない。

2	3	6
1	0	4
7	5	8

(a) 初期状態

1	2	3
4	5	6
7	8	0

(b) ゴール状態

図 1

- (1) 8 パズルの状態をノード、状態遷移(タイルの移動)を辺とした木を図 1(a)に示す状態をルートノードとして、深さ 2 まで書き表せ。
- (2) 問(1)で作成されたような木が与えられたとき、それを探索する一般的な手法の 1 つに深さ優先探索がある。再帰呼び出しを利用して深さ優先探索を行う処理を実現するために、以下に示した疑似コードにおいて空欄を 5 行以内で埋めよ。この疑似コードでは深さ優先探索を行う処理だけを記述すればよく、ゴール状態までの手順を見つけたり、表示したりする必要はない。以下の変数を必要に応じて使ってよい。なお解答の疑似コードの可読性も採点の対象となる。
 - Boolean Edge[n][n]: 与えられた木の隣接行列を表す。各ノードに対し整数をインデックスとして割り振る。このインデックスは 0 から始まり、0 はルートノードに割り当てられる。ノード i から子ノード j に向かう辺がある場合、Edge[i][j] が true となる。それ以外では false となる。なおこの場合でも Edge[j][i] は true にならない。
 - Boolean Checked[n]: ノード i の訪問状態を表す。ノード i が訪問されていれば Checked[i] が true となる。それ以外では false となる。

```
// 初期化し探索を行う
StartDFS()
{
    for(全ての n) {
        Checked[n] <- false;
    }
    DFS(0); //ルートノードから探索開始
}

// 深さ優先探索の関数
DFS(v)
{
    
}
```

- (3) 深さ優先探索は再帰呼び出しを利用しなくても実行できる。問(2)と同様に再帰呼び出しのない深さ優先探索関数 `DFS_nr` を疑似コードで書け。
- (4) データ構造にある変更を行うことで問(3)にて記述された疑似コードは幅優先探索へと変更できる。どのような変更を行えばよいかを述べよ。
- (5) 実際のアルゴリズムは、与えられた木を使うのではなく、木を生成しながら解を探索する。この時深さ優先探索を使用すると、解にたどり着かないことがある。この理由を説明せよ。

Problem 4

Consider algorithms to solve an 8-puzzle shown in Fig. 1. In the 8-puzzle, there are eight tiles numbered from 1 to 8 and an empty space to move tiles in a 3×3 grid. The empty space is shown as 0 in Fig. 1. The objective of the 8-puzzle is to reach the goal state shown in Fig. 1(b) from the given initial state. Only the tiles that are adjacent to the empty space can be moved, and only sliding them is allowed. In other words, it is not allowed to pick up and move a tile.

2	3	6
1	0	4
7	5	8

(a) The initial state

1	2	3
4	5	6
7	8	0

(b) The goal state

Fig. 1

- (1) Draw a tree with the depth of 2 by having a state of the 8-puzzle as a node, state transition (movement of a tile) as an edge, and the state shown in Fig. 1(a) as the root node.
- (2) When a tree like what is created in Question (1) is given, depth-first search is one of the general approaches to searching it. In order to implement a process to perform depth-first search with recursion, fill out the blank in five lines or fewer in the following pseudo code. You only need to write a process of depth-first search, and do not need to find a path to the goal state or display it. You may use the following variables if necessary. The readability of the pseudo code in your answer is also considered for marks.
 - Boolean `Edge[n][n]`: Denotes the adjacency matrix of a given tree. We assign an integer to each node as its index. The index starts from 0, which is associated with the root node. If there is an edge from a node i to a child node j , `Edge[i][j]` is set to `true`. Otherwise, it is set to `false`. Note that even in this case, `Edge[j][i]` is not `true`.
 - Boolean `Checked[n]`: Denotes the visited state of a node i . If the node i has been visited, `Checked[i]` is `true`. Otherwise, it is set to `false`.


```
// Initialize and start depth-first search
StartDFS()
{
    for(all n){
        Checked[n] <- false;
    }
    DFS(0); //starting search from the root node
}

// function for depth-first search
DFS(v)
{
    [Redacted Code Block]
}
```

- (3) Depth-first search can be performed without using recursions. Similarly to Question (2), write a function `DFS_nr` to perform depth-first search without recursions in pseudo code.
- (4) With modifications on data structure, the pseudo code written in Question (3) can be converted to breadth-first search. Describe what modifications should be made.
- (5) An actual algorithm searches for a solution while generating a tree, not by using a given tree. In this case, if you use depth-first search, you may not reach a solution. Explain the reason.

問題A

クロックに同期して 1, 2, 3, 5, 8, 13 の数字をこの順に繰り返し出力する回路を設計したい。つまりこの回路は 13 を出力した次のクロックでは 1 を出力する。出力を 4 ビットの 2 進数 ' $x_3x_2x_1x_0$ ' とするとき、以下の問に答えよ。

- (1) この回路の状態遷移図を示せ。
- (2) 図 1 に示すゲートと D フリップフロップを用いて回路を構築したい。D フリップフロップの必要最小個数を示せ。また、励起表および出力表を示せ。なお、 D および Q は D フリップフロップへの入力と出力、 \bar{Q} は出力の反転、 C はクロック入力を示す。
- (3) 問(2)で求めた表を用いて、各 D フリップフロップの状態関数と回路の出力関数を求めよ。ただし、可能な限り簡略化した論理式で示すこと。
- (4) 問(3)で求めた関数を用いて、回路図を作成せよ。なお、回路図では、図 1 に示す記号以外は使用しないこと。
- (5) カウンタを用いて上記の回路を構築することを考える。2 進カウンタ、6 進カウンタ、13 進カウンタが利用できるとき、最も簡潔となるように、いずれかのカウンタを用いて回路を構築せよ。

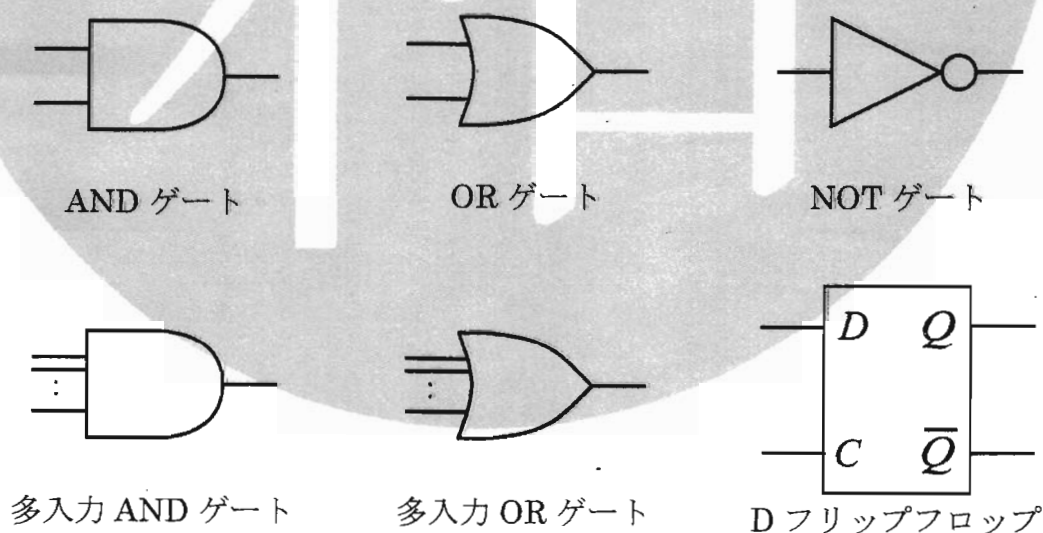


図 1

Problem A

We would like to design a circuit that repeatedly outputs the sequence of numbers 1, 2, 3, 5, 8, and 13 synchronously with clock pulses. This circuit outputs 1 at the clock pulse just after it has output 13. A four-bit binary number ' $x_3x_2x_1x_0$ ' represents the output of the circuit. Answer the following questions.

- (1) Give the state transition diagram of this circuit.
- (2) Let us design the circuit using the gates and the D flip-flops shown in Fig. 1. Give the minimum number of D flip-flops necessary to construct the circuit. Moreover, give the excitation table and the transition table of this circuit. D , Q , \bar{Q} , and C represent the input, output, inverted output, and clock input of the flip-flop, respectively.
- (3) Describe the state function of each D flip-flop and output functions of the circuit based on the table in Question (2). All logical formulas must be simplified as much as possible.
- (4) Design a circuit based on the functions in Question (3). We may use only the symbols shown in Fig. 1.
- (5) We would like to construct the circuit using a counter. When we can choose base-2, base-6, or base-13 counters, design a circuit as simple as possible using one of these counters.

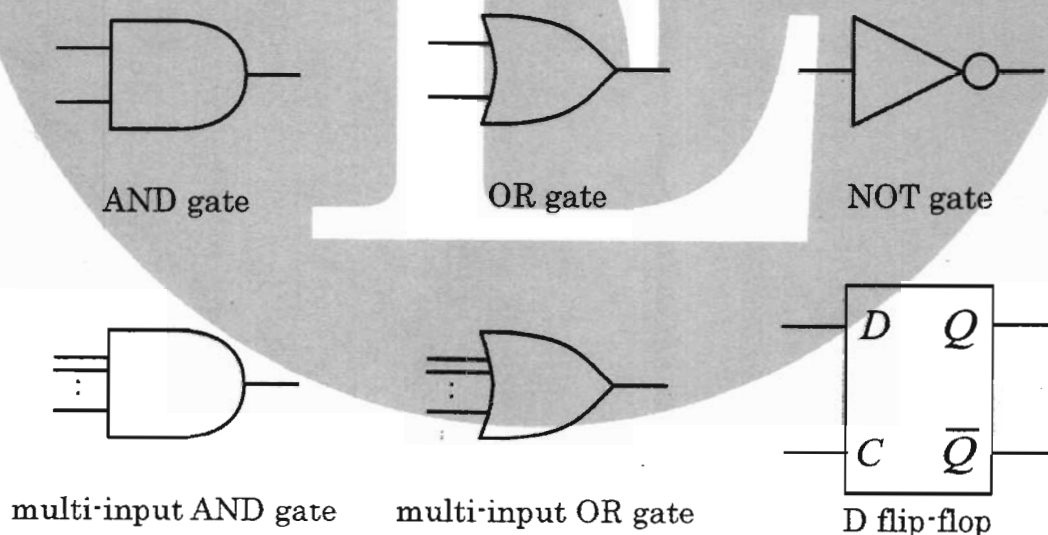


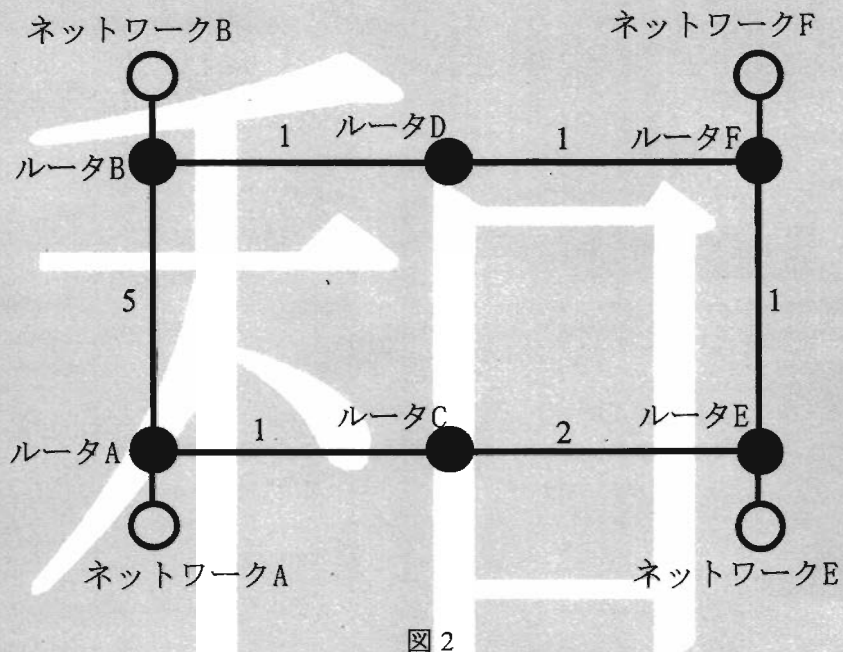
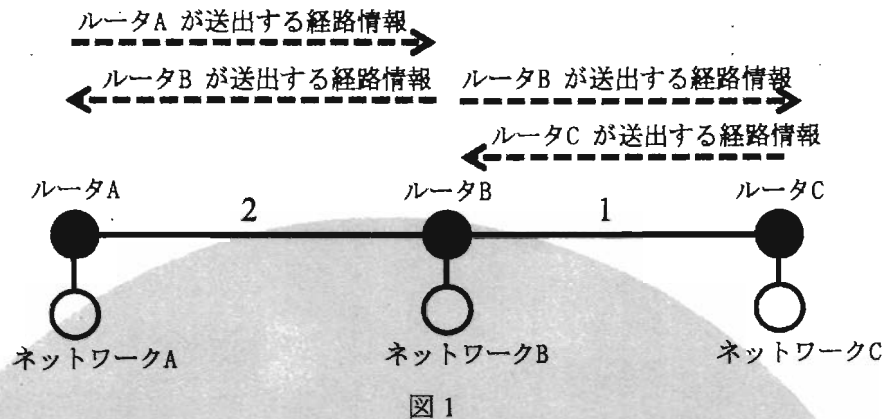
Fig. 1

問題B

ネットワークを利用してパケットを転送するにあたって、宛先に応じてパケットを転送する方向を決定し、目的地までパケットを届ける仕組みを経路制御と呼ぶ。次の問に答えよ。なお、図中の数値は距離コストを表す。

- (1) 回線交換方式とパケット交換方式の違いを簡潔に述べよ。
- (2) ネットワーク接続形態 (topology) の代表的な分類として、スター型、リング型、バス型、メッシュ型、ツリー型、ライン型等があげられる。スター型、リング型、メッシュ型、ツリー型の構成を、頂点 (node) と辺 (edge) を有するグラフとして図示せよ。
- (3) リング型とメッシュ型の接続形態に関して、耐障害性と敷設コストの面からそれぞれの利点と欠点を述べよ。
- (4) IP (Internet Protocol) を利用したネットワークにおいては、距離ベクトル型と呼ばれるアルゴリズムに基づいた経路制御が用いられる。図1に示す通り、ルータにはネットワークが付随し、隣接するルータ間にて経路情報が交換される。経路情報は、「ネットワーク情報」と「距離コスト」から構成される。ルータがパケット転送を行う際に参照するデータベースのことを、経路表と呼ぶ。ルータがパケットを適切に転送するために、経路表に最低限必要となるデータ項目は何か、その理由とともに述べよ。
- (5) ルータが行う経路情報交換の手順を、次の通り定義する。
 - i. ルータは、自ルータに付随するネットワーク情報を自身の経路表に登録し、経路情報として隣接するすべてのルータに送信する。
 - ii. ルータは、隣接するすべてのルータから受信した経路情報と、自身が経路表に記憶している情報を比較し、より低いコストを持つ情報を選択し、経路表に記憶する。
 - iii. ルータは、自身が経路表に記憶している情報を、隣接するすべてのルータに最新の経路情報として送信する。
 - iv. 一定時間後に、i. に戻る。

この手順を全てのルータが繰り返すことにより、全ての経路情報を交換する。図2において、定義した経路情報交換の手順によって求められる、ネットワークAからネットワークFへの最短経路を示せ。また、全てのルータが各ネットワークに対する最短経路の記憶を完了した場合、ルータCが持つ経路表を示せ。



- (6) 全てのルータが各ネットワークに対する最短経路の記憶を完了した後に、ルータ E に付随するネットワーク E が消滅したとする。この場合、問(5)にて定義した経路制御手順を引き続き繰り返したとしても、ネットワーク E 宛の packets がルータ間にて往復する現象が発生する。packets がルータ間にて往復する理由を述べよ。
- (7) 問(6)で示された通り、問(5)にて定義された経路制御手順にはネットワーク消滅時の packets 往復の問題点がある。この問題点の解決策を述べよ。

Problem B

When packets are transferred over network, the mechanism that decides the direction of forwarding packets depending on the destination and delivers them to the destination, is called routing. Answer the following questions. The values in figures express the distance cost.

- (1) Describe the difference between a circuit switching system and a packet switching system briefly.
- (2) There are typical classifications of network topology such as star, ring, bus, mesh, tree, and line. Draw the graphs of star, ring, mesh, and tree topology using nodes and edges.
- (3) Regarding ring topology and mesh topology, describe an advantage and a disadvantage of each topology from the standpoints of fault tolerance and laying cost.
- (4) In some network using the Internet Protocol (IP), routing is based on an algorithm called a distance vector. As shown in Fig. 1, a network is attached to a router and routing information is exchanged between the adjacent routers. Routing information consists of “network information” and “distance cost”. The database referred to by a router for packet forwarding is called a routing table. Describe the data fields that are absolutely necessary for a routing table to forward packets properly. Explain the reasons.
- (5) The procedure of exchanging routing information by routers is defined as follows:
 - i. A router stores the network information attached to itself in its own routing table, and sends routing information to all the adjacent routers.
 - ii. The router compares received routing information from all the adjacent routers with stored information in its own routing table, and then the router chooses the information with less distance cost and stores the chosen information in the routing table.
 - iii. The router sends the stored information in its own routing table as the latest routing information to all the adjacent routers.
 - iv. After a certain period of time, the procedure goes back to step i.

All routers exchange all of routing information by repeating the procedure. In Fig. 2, calculate the shortest route from Network A to Network F by applying the procedure defined above, and describe the routing table in Router C after all the routers have acquired the shortest route to each network.

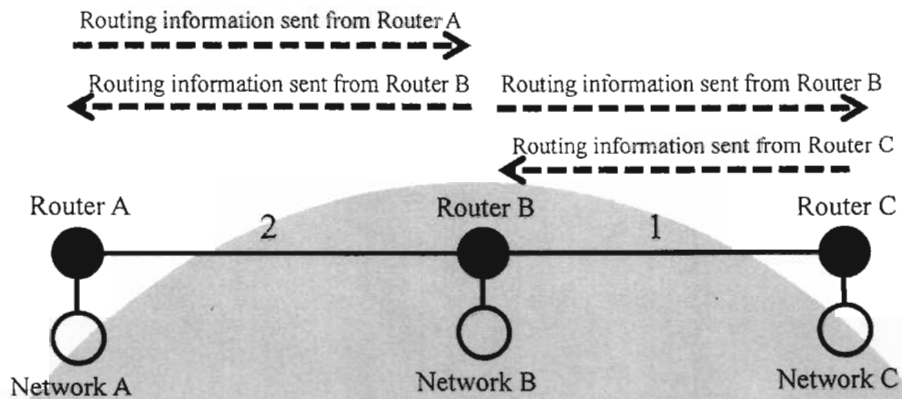


Fig. 1

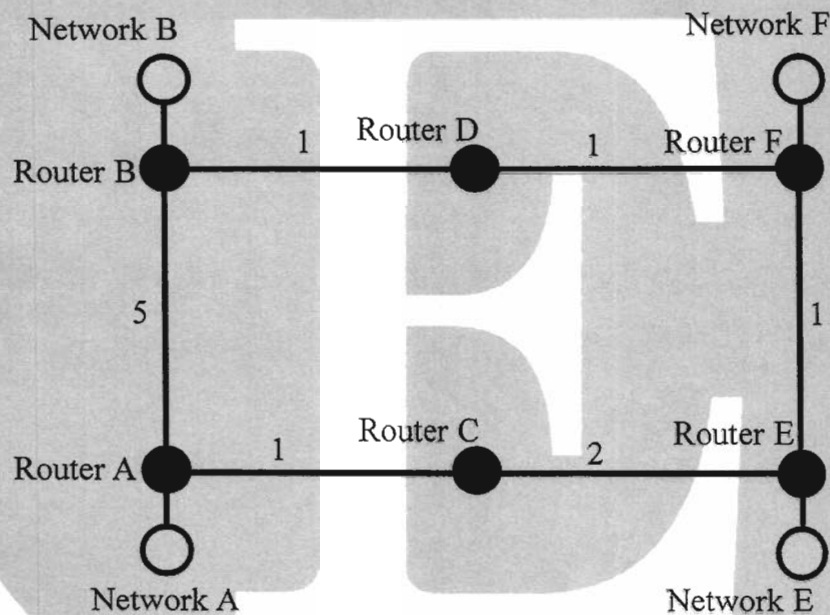


Fig. 2

- (6) After all the routers have acquired the shortest route to each network, suppose that Network E, which is attached to Router E, becomes disconnected. In this case, even if the routing procedure defined in Question (5) is repeated, packets towards Network E are bounced between routers. Explain the reason why the packets make round trips between the routers.
- (7) As shown in Question (6), the routing procedure defined in Question (5) has the problem of causing bounced packets when a network is disconnected. Describe a solution to this problem.

問題C

金属中の自由電子は、フェルミ分布に従う自由電子フェルミ気体として取り扱うことができる。これについて以下の問に答えよ。ただし、プランク定数を h 、ボルツマン定数を k_B 、電子の質量を m 、円周率を π とする。

- (1) 温度を T 、フェルミ準位を μ としてフェルミ分布関数をエネルギー ε の関数 $f(\varepsilon)$ として表せ。さらに、以下の場合について $f(\varepsilon)$ の概形を描け。
 - (1-1) $T=0$ の場合
 - (1-2) $T>0$ だが電子気体は十分に低温で縮退している（フェルミ気体の特徴を失わない）場合
- (2) 金属を一辺の長さ L の立方体とし、 x, y, z 軸を辺と平行に取る。このとき、電子の波動関数の波数ベクトル $\mathbf{k}=(k_x, k_y, k_z)$ を x, y, z 軸方向の量子数 n_x, n_y, n_z を用いて表せ。
- (3) 電子のエネルギー ε を量子数 n_x, n_y, n_z を用いて表せ。
- (4) 問(2)で求めた \mathbf{k} 空間での離散的な点が電子の一つの状態を与える。 $k=|\mathbf{k}|$ と $k+\Delta k$ (Δk は k の微小増分)の間の点の数を考えることにより、エネルギー ε における状態密度(単位体積当たりの状態数) $D_3(\varepsilon)$ が $\sqrt{\varepsilon}$ に比例することを示し、その係数を求めよ。ただし、電子はスピンをもつことに注意せよ。
- (5) 金属中の電子密度を N_3 とする。 $T=0$ におけるフェルミ準位 μ_0 を求めよ。
- (6) $T=0$ における電子の平均エネルギー $\overline{\varepsilon_0}$ を μ_0 を用いて表せ。
- (7) 金属が x, y 方向に広がる2次元の薄膜、もしくは x 方向に伸びる1次元の細線であったとする。このときのそれぞれの状態密度 $D_2(\varepsilon)$ (単位面積当たり)および $D_1(\varepsilon)$ (単位長さ当たり)を問(2)-(4)の3次元の場合と同様にして求めよ。
- (8) 2次元および1次元のそれぞれの場合について $T=0$ におけるフェルミ準位 μ_0 を求めよ。ただし2次元の電子密度を単位面積当たり N_2 、1次元の電子密度を単位長さ当たり N_1 とする。
- (9) 温度が $T>0$ に上昇したとき、フェルミ準位 μ は問(5)および問(8)で求めた μ_0 と比べてどう変化するか、3次元、2次元、1次元の場合について理由をつけて答えよ。ただし、自由電子は縮退しているものとせよ。

Problem C

Free electrons in a metal can be treated as the free electron Fermi gas that follows the Fermi distribution. Answer the following questions regarding this. Here, let h , k_B , m , and π be Planck's constant, Boltzmann's constant, the mass of free electrons, and the circular constant, respectively.

- (1) Express the Fermi distribution function $f(\varepsilon)$ as a function of the energy ε , when the temperature is T and the Fermi level is μ . In addition, sketch the graphs of the function $f(\varepsilon)$ at the following two temperatures,
 - (1-1) $T = 0$, and
 - (1-2) $T > 0$, where T is low enough that the electron gas is considered degenerate (still holds the features of the Fermi gas).
- (2) Assume that the metal is a cube of the edge length of L , and set the coordinate so that the x , y , and z axes are all parallel to the cube edges. Obtain the wavenumber vector $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ of the wave function of an electron, using the quantum numbers n_x , n_y , and n_z for x , y , and z directions, respectively.
- (3) Derive the energy ε of an electron using the quantum numbers n_x , n_y , and n_z .
- (4) A discrete point in the \mathbf{k} space in Question (2) corresponds to a state of an electron. By estimating the number of those points between $k = |\mathbf{k}|$ and $k + \Delta k$ (Δk is the small increment of k), show that the density of states $D_3(\varepsilon)$ at the energy of ε (number of states per unit volume) is proportional to $\sqrt{\varepsilon}$, and derive its proportional constant. Note that electrons have spins.
- (5) Let N_3 be the density of electrons in the metal. Derive the Fermi level μ_0 at $T = 0$.
- (6) Express the averaged energy of an electron $\bar{\varepsilon}_0$ using μ_0 at $T = 0$.
- (7) We assume that the metal is a two-dimensional thin film on the x, y plane, or a one-dimensional thin wire along the x axis. Derive the respective densities of states $D_2(\varepsilon)$ (per unit area) and $D_1(\varepsilon)$ (per unit length) for the two cases, following the derivations for the three-dimensional case in Questions (2)-(4).
- (8) Derive the respective Fermi levels μ_0 at $T = 0$ for the two-dimensional and one-dimensional cases. Here N_2 denotes the density of electrons per unit area in the two-dimensional case, and N_1 denotes the density of electrons per unit length in the one-dimensional case.
- (9) When the temperature is raised to be $T > 0$, how does the Fermi level μ deviate from μ_0 derived in Questions (5) and (8)? Answer with reasons for the three-dimensional, two-dimensional and one-dimensional cases. Here we assume that the electron gas is degenerate.

問題 D

P 型半導体（以下 P）と N 型半導体（以下 N）からなる PN ダイオードにおけるキャリア分布、電流電圧静特性、およびスイッチング特性について考える。P と N はそれぞれ濃度 N_A , N_D ($N_A > N_D$) の不純物で一様にドーピングされている。P と N の少数キャリアの拡散係数をそれぞれ D_n , D_p , 少数キャリアの寿命をそれぞれ τ_n , τ_p とする。

図 1 に PN ダイオードを示す。空乏層における空間電荷は、箱型の分布を持つものとする。位置座標 x 軸上で、P と N の中性領域と空乏層領域の境界の座標をそれぞれ $-x_p$, x_n とする。PN ダイオードには外部電源によるバイアス電圧 V が印加されている。図 1 の電流 I は図の矢印の向きを正とする。ダイオードの断面積を A とする。

電気素量を q , 半導体の真性キャリア濃度を n_i , ボルツマン定数を k_B , 温度を T とする。

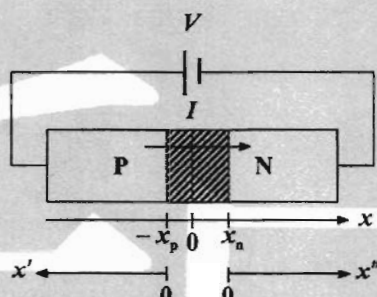


図 1

- (1) 中性領域と空乏層領域の境界における P と N の少数キャリア濃度をそれぞれ n_p , p_n とする。バイアス電圧 V 印加時に、 n_p , p_n の $V=0$ の平衡状態に対する変化分 $\Delta n_p(-x_p)$, $\Delta p_n(x_n)$ を、ドーピング濃度と V を用いて式で表せ。バイアス下での電子濃度 n と正孔のキャリア濃度 p の間には

$$np = n_i^2 e^{qV/k_B T} \quad (-x_p \leq x \leq x_n) \quad (i)$$

の関係が成り立つことを使ってよい。

- (2) 中性領域では電界がゼロであり、定常状態における中性領域の少数キャリア濃度に関する拡散方程式は、 $V=0$ の平衡状態に対する変化分 $\Delta n_p(x)$, $\Delta p_n(x)$ について以下のように書ける。

$$D_n \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} = 0 \quad (ii)$$

$$D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} = 0 \quad (iii)$$

問(1)の結果と境界条件 $\Delta n_p(-\infty)=0$ および $\Delta p_n(\infty)=0$ を用いて拡散方程式を解き、 Δn_p , Δp_n の中性領域における分布をそれぞれ式で表せ。このとき式を簡潔にするために

$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$, $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ を用いること。座標には図1に示す x' と x'' を P と N それぞれに用いること。 x' は左向きが正, x'' は右向きが正とする。

- (3) 順バイアスと逆バイアス時の中性領域における n_p , p_n の分布の概形を, x を横軸として描け。ただし $N_A > N_D$ であることを考慮せよ。
- (4) 中性領域では電界がゼロであり, 少数電子電流密度 J_n , 少数正孔電流密度 J_p は中性領域での拡散電流密度でそれぞれ以下のように書ける。

$$J_n = qD_n \frac{d\Delta n_p}{dx} \quad (x \leq -x_p) \quad (\text{iv})$$

$$J_p = -qD_p \frac{d\Delta p_n}{dx} \quad (x \geq x_n) \quad (\text{v})$$

空乏層領域ではキャリアの発生・再結合が無視できるとすると, 連続方程式から電子電流密度 J_n と正孔電流密度 J_p の各々は空乏層領域で一定とみなせる。この時 PN ダイオードの電流 I を印加電圧 V の関数として式で表せ。

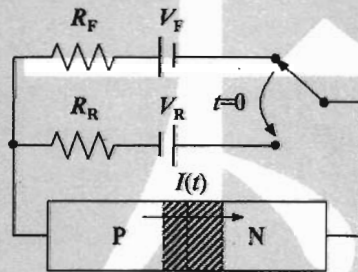


図2

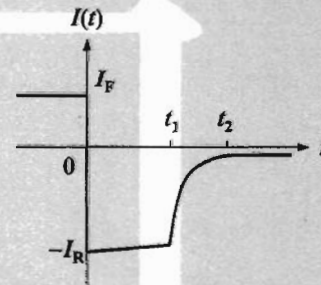


図3

- (5) 図2に示すように, PN ダイオードに2つの外部電源 V_F , V_R , 抵抗 R_F , R_R , スイッチを付加して回路を構成した。時間 $t < 0$ ではスイッチにより R_F と V_F が PN ダイオードに接続されていて, 回路は定常状態にある。 $t = 0$ でスイッチにより R_F と V_F は PN ダイオードから切り離され, 同時に R_R と V_R が PN ダイオードに接続される。PN ダイオードの電流の時間応答 $I(t)$ を図3に示す。図2で起こっている物理現象を, 図3の① $t < 0$, ② $0 \leq t < t_1$, ③ $t_1 \leq t < t_2$, ④ $t_2 \leq t$ のそれぞれの領域で説明せよ。
- (6) 次のような変更が図2になされたとき, それぞれの電流の時間応答 $I(t)$ の概形を図3との違いが明確にわかるように描け。
- (6-1) V_F のみを大きくしたとき。
- (6-2) V_R のみを大きくしたとき。
- (6-3) 半導体中の τ_p のみを短くしたとき。

Problem D

Consider the carrier distribution, static current-voltage characteristics, and switching characteristics of a PN diode which consists of a P-type semiconductor (called P) and an N-type semiconductor (called N). P and N are uniformly doped by impurities of concentrations N_A and N_D ($N_A > N_D$), respectively. The diffusion coefficients of minority carriers in P and N are D_n and D_p , and the minority carrier lifetimes in P and N are τ_n and τ_p , respectively.

Figure 1 shows the PN diode. The space charge profile of the depletion layer is assumed to be a box shape. The x coordinates of the boundary between the neutral region and the depletion region in P and N are $-x_p$ and x_n , respectively. A bias voltage V is applied to the PN diode by the external voltage source. The direction of a current I in Fig.1 is positive in the direction of the arrow. The cross-sectional area of the PN diode is A .

The elementary charge is q , the intrinsic carrier concentration of the semiconductor is n_i , the Boltzmann constant is k_B , and the temperature is T .

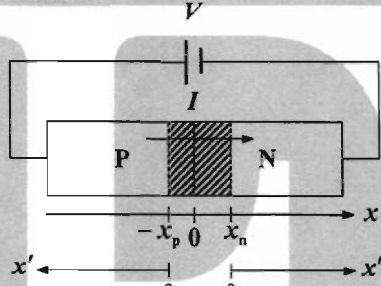


Fig.1

- (1) The minority carrier concentrations at the boundary between the neutral region and the depletion region are n_p and p_n in P and N, respectively. Under the bias voltage V , derive expressions for the carrier concentration differences, $\Delta n_p(-x_p)$ and $\Delta p_n(x_n)$, from the equilibrium state at $V=0$ by using impurity concentration and V . You may use the following equation for the relationship between the electron concentration n and hole concentration p under the bias voltage V :

$$np = n_i^2 e^{qV/k_B T} \quad (-x_p \leq x \leq x_n). \quad (i)$$

- (2) The electric field in the neutral region is zero, and the steady-state diffusion equations for the minority carriers in the neutral region are expressed by the differences of the carrier concentrations, $\Delta n_p(x)$ and $\Delta p_n(x)$, from the equilibrium state at $V=0$:

$$D_n \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} = 0, \quad (ii)$$

$$D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} = 0. \quad (iii)$$

By using the result of Question (1) and the boundary conditions of $\Delta n_p(-\infty)=0$ and $\Delta p_n(\infty)=0$, solve the diffusion equations and derive expressions for the distributions of Δn_p and Δp_n in the neutral region, respectively. Use $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$ and $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ for concise expressions. Use

the coordinates x' and x'' in Fig. 1 for P and N, respectively. The left direction is positive along the x' axis and the right direction is positive along the x'' axis.

- (3) Sketch the distributions of n_p and p_n in the neutral region under forward and reverse biases along the x axis. Take $N_A > N_D$ into account.
- (4) The electric field in the neutral region is zero, and the minority electron current density J_n and minority hole current density J_p are expressed by the diffusion current densities in the neutral region, respectively:

$$J_n = qD_n \frac{d\Delta n_p}{dx} \quad (x \leq -x_p), \quad (\text{iv})$$

$$J_p = -qD_p \frac{d\Delta p_n}{dx} \quad (x \geq x_n). \quad (\text{v})$$

If the carrier generation and recombination are neglected in the depletion layer, the electron current density J_n and hole current density J_p are constant in the depletion layer. Then, derive an expression for the current I of the PN diode as a function of the applied voltage V .

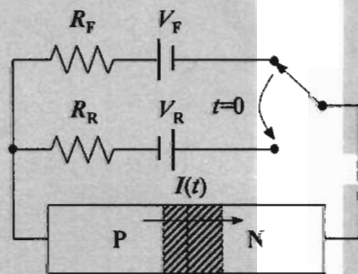


Fig. 2

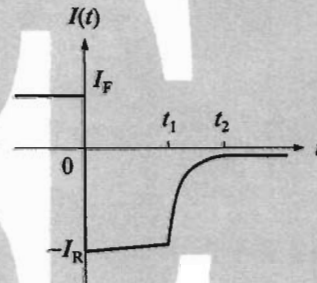


Fig. 3

- (5) A circuit is built by adding two external voltage sources V_F and V_R , resistances R_F and R_R , and a switch to the PN diode in Fig. 2. At time $t < 0$, R_F and V_F are connected to the PN diode by the switch, and the circuit is in the steady state. At $t = 0$, the switch disconnects R_F and V_F from the PN diode and immediately connects R_R and V_R to the PN diode. Figure 3 shows the time response of the current $I(t)$ of the PN diode. Explain the physical phenomena that occur in Fig. 2 during the respective period, ① $t < 0$, ② $0 \leq t < t_1$, ③ $t_1 \leq t < t_2$, and ④ $t_2 \leq t$ in Fig. 3.
- (6) When the following modifications are made in Fig. 2, sketch the respective time response of the current $I(t)$ such that the difference from Fig. 3 can be clearly seen:
- (6-1) when only V_F is increased,
 - (6-2) when only V_R is increased,
 - (6-3) when only τ_p in the semiconductor is decreased.

問題 E

図1の制御系について以下の問に答えよ。 C_1 および C_2 は制御器の伝達関数、 P は制御対象の伝達関数である。 r, u, d, y はそれぞれ、目標値、制御入力、外乱、制御量であり、 ω は角周波数である。

- (1) r から y までの伝達関数、および、 d から y までの伝達関数を求めよ。
- (2) 制御系で設計すべき2つの重要な特性について述べよ。
- (3) C_2 を用いない場合、問(2)の2つの特性は独立に設計できないが、 C_2 を用いた場合には独立に設計できることを示せ。
- (4) 目標値応答特性を重視するフィードバック制御系では、一巡伝達関数 C_1P の振幅の周波数特性の折れ線近似が図2のようになるよいとされている。その理由を述べよ。ただし、 C_1P は最小位相推移系とする。また、図2の縦軸と横軸は対数軸である。

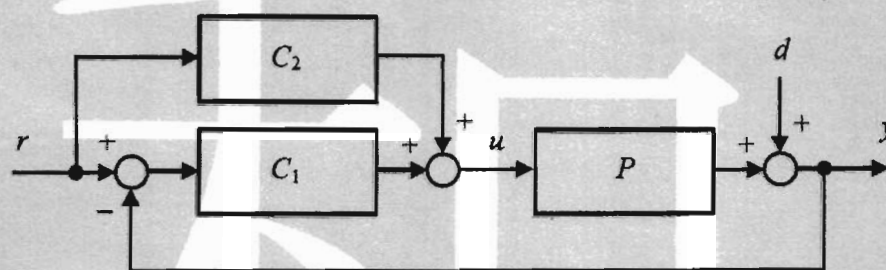


図1

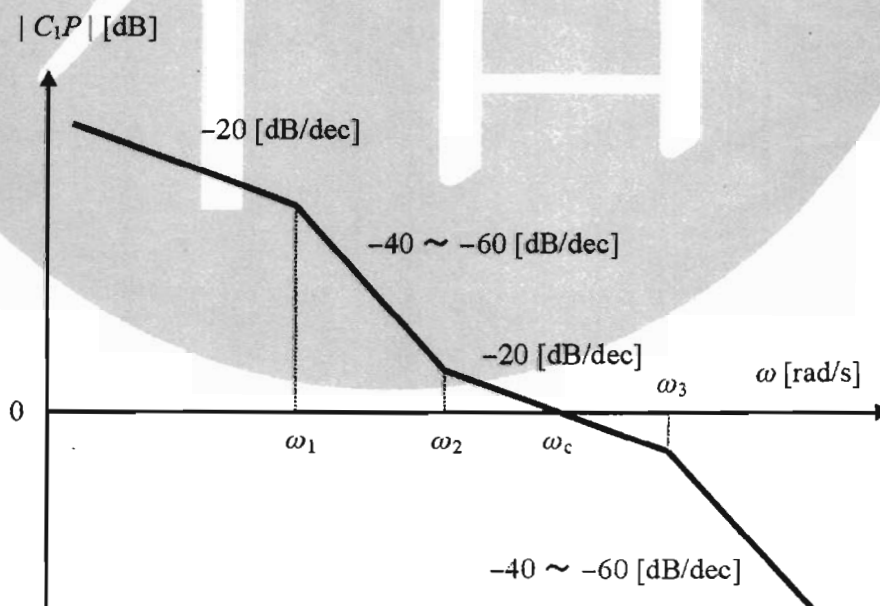


図2

Problem E

Answer the following questions about the control system of Fig. 1. C_1 and C_2 are the transfer functions of controllers, and P is that of the controlled object. r , u , d and y are command, control input, disturbance and controlled variable, respectively, and ω is angular frequency.

- (1) Calculate the transfer functions from r to y , and d to y .
- (2) Explain two important properties which should be designed in control systems.
- (3) Show that the two important properties given in Question (2) cannot be designed independently when C_2 is not used, but can be designed independently when C_2 is used.
- (4) In feedback control systems where the command response is important, it is said that the amplitude of loop transfer function C_1P should have the frequency characteristics expressed by the broken line approximation drawn in Fig. 2. Explain its reason. Here, C_1P is assumed to be a minimum phase shift system. The vertical and horizontal axes of Fig. 2 are log scale.

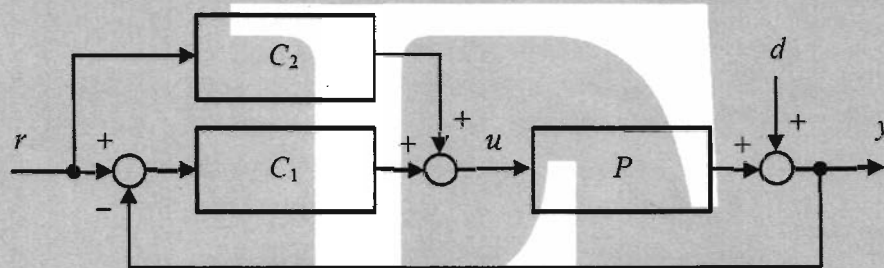


Fig. 1

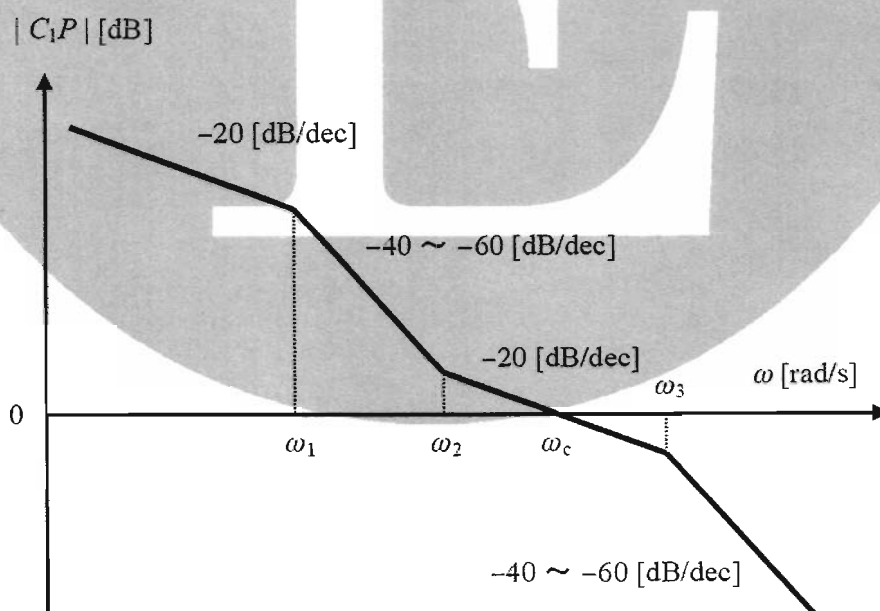


Fig. 2

問題 F

3本の長さ L の電力用ケーブルを用いた対称三相交流地中送電システムを考える。線間電圧を V とし、その角周波数を ω とする。以下の問に答えよ。

- (1) 図1にケーブル1本の断面図を示す。ケーブルは同軸円筒構造をとる。シールド導体内半径を a とする。誘電率 ε の絶縁物内の最大電界強度が最小となる時の中心導体の半径を求めよ。
- (2) 問1の条件を満たすとき、ケーブルの単位長さあたりの静電容量 C を求めよ。
- (3) ケーブルに電流を流すと、中心導体のジュール加熱によってケーブルの温度は上昇する。ケーブル温度がある値 T_{\max} より高くなると、絶縁物が変質する恐れがある。ケーブルに流せる許容電流 I_{\max} は、ケーブル温度が T_{\max} となる値として定義される。1本のケーブルの中心導体の単位長さあたりの抵抗を r とし、そのケーブルの単位長さ当たりの中心導体とシールド導体との間の熱抵抗を R_{th} としたとき、温度 T_0 の地点に敷設したケーブル1本の許容電流 I_{\max} を求めよ。ここでは、熱抵抗とは、単位熱流量あたりの温度差とする。また、シールド導体の温度は T_0 に保たれているものとする。
- (4) 図2に示すように送電システムを受電端に力率1の負荷を接続したとする。中心導体の抵抗は負荷抵抗に比べて十分小さく、ケーブルは等価回路において静電容量とみなせる。ケーブル長 L と受電可能な最大有効電力 P_r との関係を求め図示せよ。
- (5) P_r は送電容量とも呼ばれる。これを大きくするには、どのようにすればよいか説明せよ。

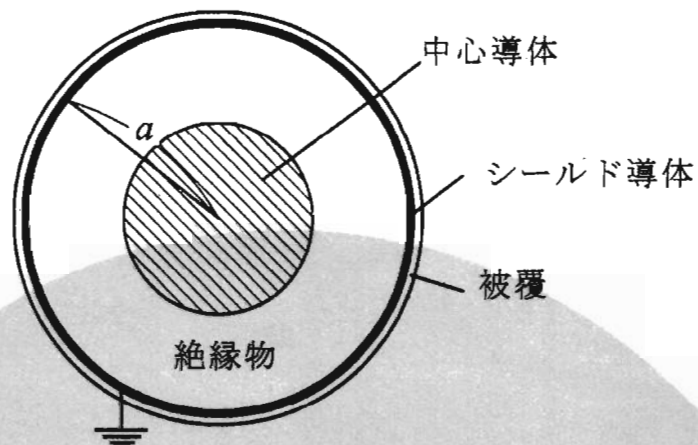


図 1

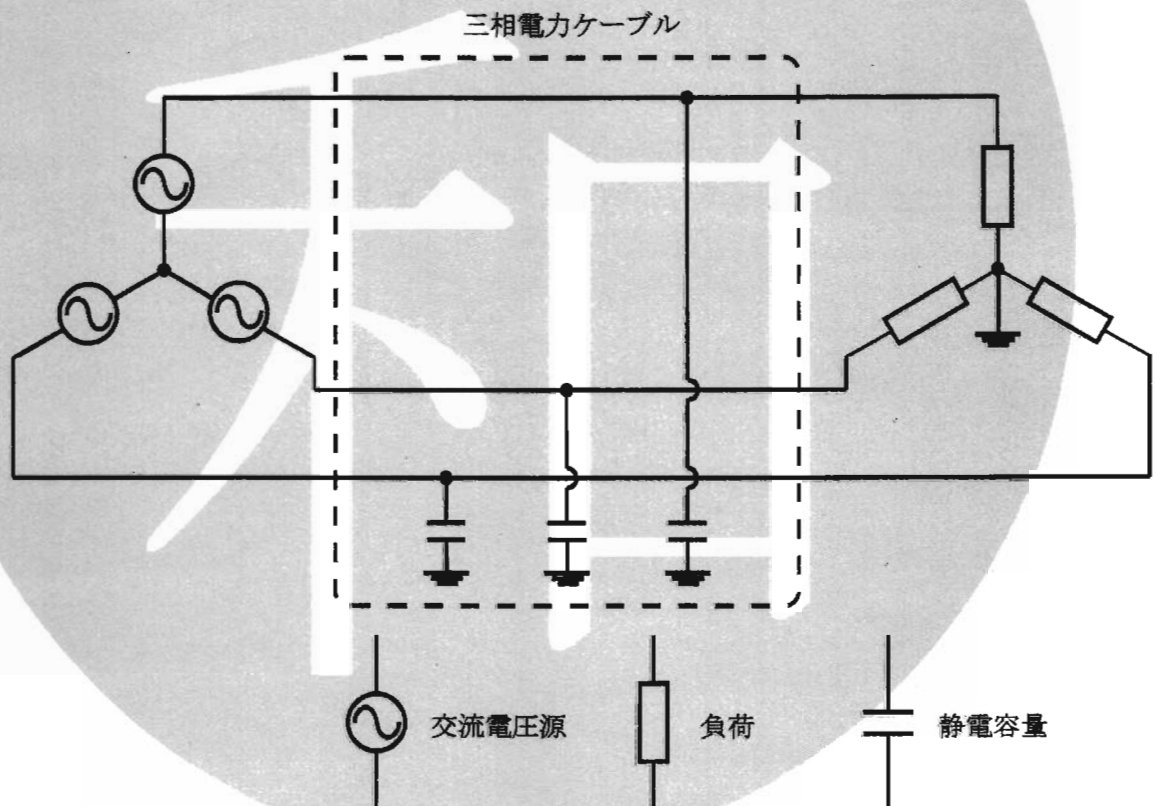


図 2

Problem F

Let us consider a symmetrical three-phase AC (alternating current) underground electric transmission system using three power cables with length L . The line voltage is V and its angular frequency is ω . Answer the following questions.

- (1) Figure 1 shows the cross section of a power cable. It has a coaxial cylinder structure. The inner radius of the shielding conductor is a . Find the radius of the central conductor when the maximum value of the electric field in the insulator takes the lowest. Here, the electric permittivity of the insulator is ε .
- (2) When the condition in Question (1) is satisfied, find the capacitance C of this power cable per unit length.
- (3) When current flows in a power cable, the temperature of the cable is raised by the joule heating in the central conductor. When the temperature exceeds a limit T_{\max} , the insulator may be damaged. The current limit of a cable I_{\max} is defined as the current with which the temperature of the cable is T_{\max} . Find the I_{\max} for a cable laid in a place of temperature T_0 when the resistance per unit length of the central conductor in a power cable is r , and the thermal resistance between the central conductor and the shielding conductor per unit length of a cable is R_{th} . Here, thermal resistance is defined as the temperature difference per unit heat flow, and the temperature of the shielding conductor is kept at T_g .
- (4) A load, with power factor 1, is connected to the receiving end of this transmission system as shown in Fig. 2. Show the relationship between cable length L and the maximum active power P_r to be delivered, and draw its graph. Here, the resistance of the central conductor in each cable is negligible compared to the load resistance, and each cable can be represented by a capacitance in the equivalent circuit.
- (5) P_r is also called transmission capacity. Explain how to increase it.

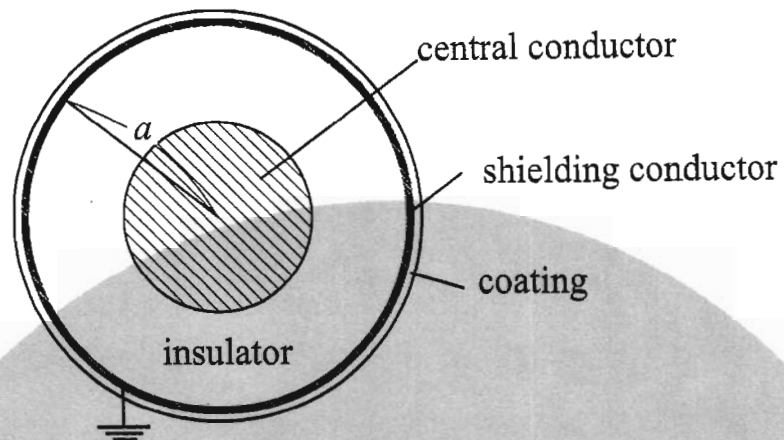


Fig. 1

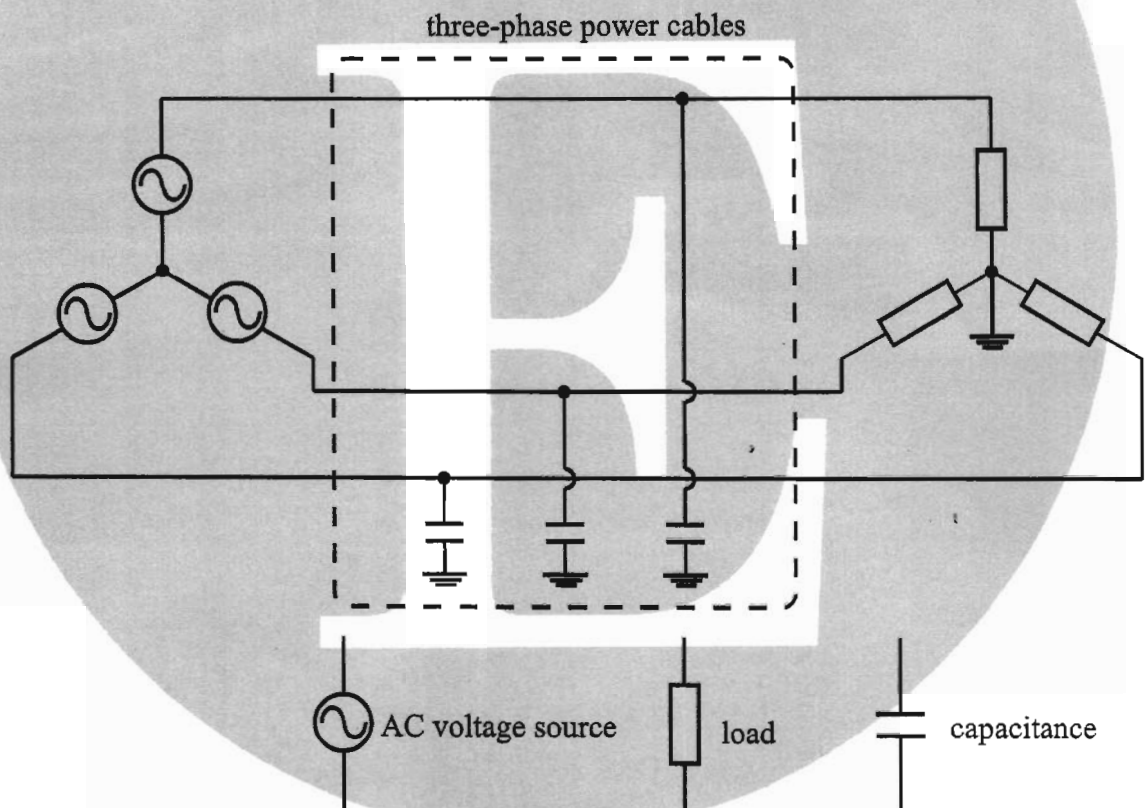


Fig. 2