

問題 1

図1に示すように、 xyz 空間内にソレノイドと小さな円形回路がある。ソレノイドと円形回路の中心はそれぞれ原点に一致する。また、いずれも x 軸を回転軸として回転することができる。ソレノイドの中心軸、および円形回路が張る面の法線ベクトル \mathbf{n} は、それぞれ yz 平面上の任意の方向を向くことができる。ソレノイドの中心軸が z 軸となす角度を θ_1 、 \mathbf{n} と z 軸となす角度を θ_2 とする。また、ソレノイドの中心軸と \mathbf{n} となす角度を $\theta = \theta_2 - \theta_1$ とする。ソレノイドには定電流電源が繋がれており、ソレノイドとともに回転しながら、直流電流 I_0 を流すことができる。ソレノイドの巻数を N 、長さを l 、半径を a とし、 $N \gg 1$ 、 $a \ll l$ とする。円形回路の半径を b ($b < a$)、円形回路の抵抗を R とし、円形回路の自己インダクタンスは無視できるものとする。ソレノイドや円形回路の回転ともなう電磁波放射は十分小さく、無視できるものとする。また、回路中の導体を含めて透磁率は μ_0 としてよい。以下の問に答えよ。

- (1) ソレノイドと円形回路が静止した状態で、ソレノイドに電流 I_0 を流した。定常状態では、円形回路には電流が流れていない。このときのソレノイド内部の磁束密度の大きさ B_0 を求めよ。
- (2) ソレノイドの自己インダクタンス L を求めよ。
- (3) $I_0 = 0$ とし、かつ、円形回路に電流 I_1 が流れている状況を仮定する。円形回路の中心における磁束密度の大きさ B_1 を求めよ。
- (4) ソレノイドと円形回路の相互インダクタンスを θ の関数として求めよ。
- (5) ソレノイドに電流 I_0 を流しながら、ソレノイドに外力を加えて回転させたところ、円形回路も回転を始めた。このとき円形回路に流れる電流 I_1 を θ およびその時間微分 $\frac{d\theta}{dt}$ の関数として求めよ。問(1)で求めた B_0 を用いてよい。
- (6) 問(5)の状況において、円形回路が磁界から受けるトルクの大きさ T を θ および $\frac{d\theta}{dt}$ の関数として求めよ。問(1)で求めた B_0 を用いてよい。(ヒント：閉回路が磁界から受けるトルクは、鎖交磁束が同一であれば回路の形状によらない。)

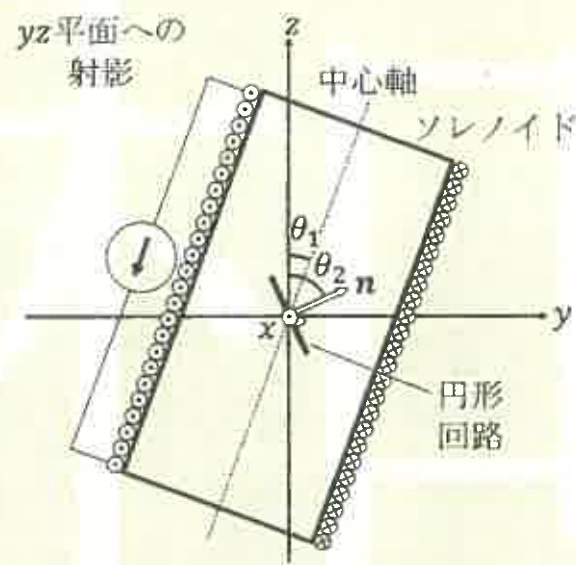
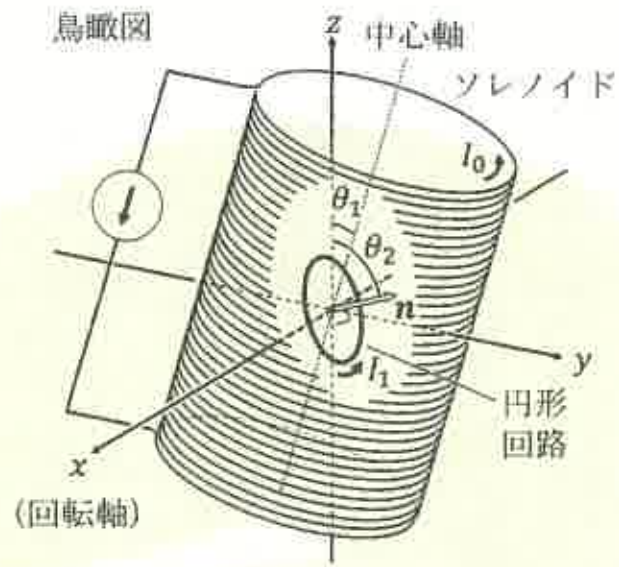


図1

Problem 1

A solenoid and a small circular circuit are placed as shown in Fig. 1. The centers of the solenoid and the circular circuit are located at the origin of the xyz coordinate space. Both the solenoid and the circular circuit are able to rotate about the x axis. Therefore, the central axis of the solenoid as well as the surface normal vector \mathbf{n} of the plane covered by the circular circuit can be turned to arbitrary directions in the yz plane. The angle between the central axis of the solenoid and the z axis is denoted by θ_1 , and that between \mathbf{n} and the z axis is denoted by θ_2 . The angle between the central axis of the solenoid and \mathbf{n} is given by $\theta = \theta_2 - \theta_1$. A current source is connected to the solenoid to deliver a dc current I_0 , and it can rotate together with the solenoid. The number of turns, the length, and the radius of the solenoid are denoted by N , l , and a , respectively. Here, we assume that $N \gg 1$ and $a \ll l$. The radius and the resistance of the circular circuit are given by b ($< a$) and R , respectively. The self inductance of the circular circuit can be ignored. The electromagnetic radiation caused by the rotation of the solenoid and the circular circuit is assumed to be so small that they can be neglected. The permeability of the system including conducting wires can be set to μ_0 . Answer the following questions.

- (1) Assume that the solenoid and the circular circuit are not moving, and a current of I_0 is supplied to the solenoid. In the steady state, the current in the circular circuit is 0. Derive the magnitude of the magnetic flux density B_0 inside the solenoid.
- (2) Derive the self inductance L of the solenoid.
- (3) Assume that $I_0 = 0$ and that a current I_1 is flowing through the circular circuit. Derive the magnitude of the magnetic flux density B_1 at the center of the circular circuit.
- (4) Derive the mutual inductance between the solenoid and the circular circuit as a function of θ .
- (5) The solenoid is rotated by an external force while a current of I_0 is supplied to the solenoid. Then, the circular circuit starts to rotate. Derive the current I_1 in the circular circuit as a function of θ and its time derivative $\frac{d\theta}{dt}$. You may use B_0 derived in Question (1).
- (6) In the situation of Question (5), derive the magnitude of the torque T exerted by the magnetic field as a function of θ and $\frac{d\theta}{dt}$. Again, you may use B_0 derived in Question (1). (Hint: the torque on a closed circuit exerted by a magnetic field is independent of the circuit shape if the flux linkage is the same.)

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

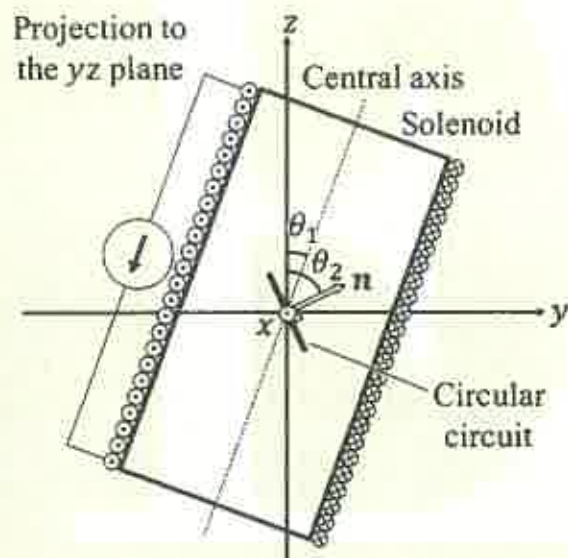
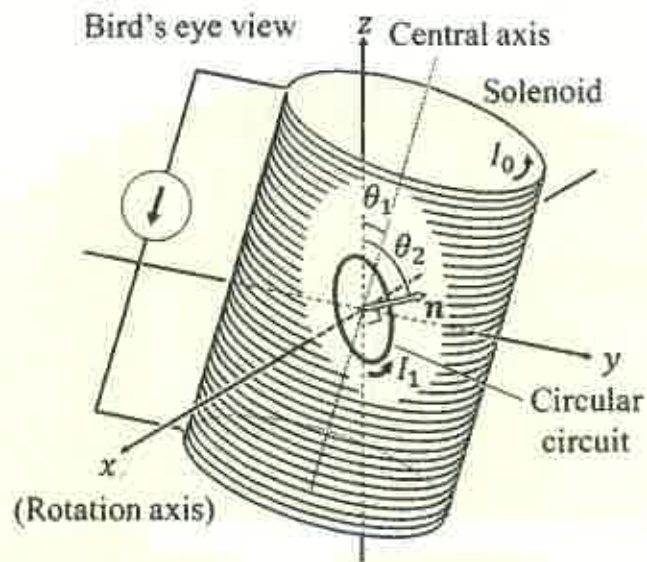


Fig. 1

問題2

以下の問に答えよ。図中の記号は凡例に従う。 ω は角周波数、 t は時刻を表す。 j は虚数単位である。

L_x, R_x の値を測定するために図1の回路を組んだ。 R_1, R_2, R_4, r, C の値は既知であるとする。

- (1) 図1に示す回路において、入力電圧 $v_{in} = V_0 \cos \omega t$ (複素表示では $V_0 e^{j\omega t}$) を印加した。
 - (1-1) A点における電圧を複素表示で示せ。
 - (1-2) B点における電圧を複素表示で示せ。 L_x, R_x を用いてよい。
 - (1-3) A-B間に電流計を接続したところ、いずれの周波数においても電流がゼロとなった。 L_x, R_x を求めよ。

- (2) 図1に示す回路において、入力 v_{in} として図2に示すステップ電圧を印加した。ただし $t < 0$ において回路は定常状態にあるものとする。
 - (2-1) B点における電圧を求めよ。 L_x, R_x を用いてよい。
 - (2-2) B点における電圧波形の時定数が τ 、十分時間が経過した後の電圧が V_m で一定となった時、 L_x, R_x を τ, V_m および既知の抵抗値、容量値の中から適当なものを用いて表せ。

- (3) 図1に示す回路において、入力 v_{in} として図3に示す電圧を印加した。ただし $t < 0$ において回路は定常状態にあるものとし、 τ は問(2-2)で定義された時定数であるとする。以下の問においては問(2-2)で定義した τ と V_m を用いてよい。
 - (3-1) B点における電圧を求めよ。
 - (3-2) B点における電圧波形をグラフに描け。

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。
 This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

凡例

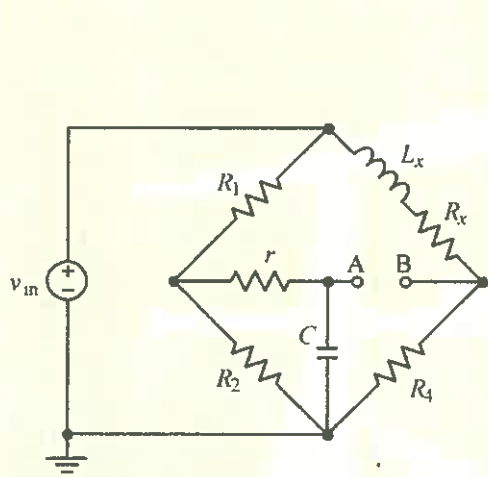
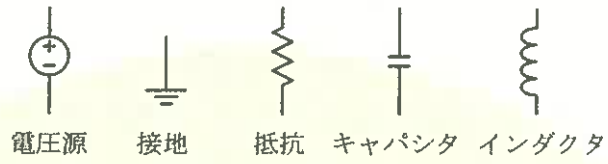


図 1

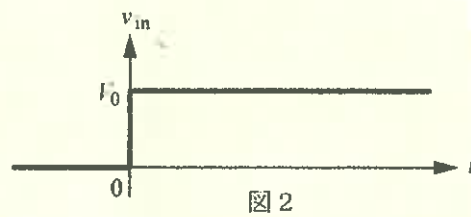


図 2

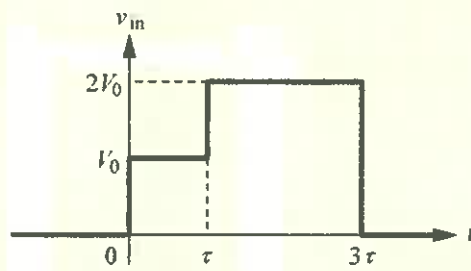


図 3

Problem 2

Answer the following questions. Symbols in the figures are specified in the legend. ω is the angular frequency and t is the time. j is the imaginary unit.

In order to measure the values of L_x and R_x , the circuit in Fig. 1 is constructed. The values of R_1 , R_2 , R_4 , r , and C are given.

- (1) The input voltage $v_{in} = V_0 \cos \omega t$ ($V_0 e^{j\omega t}$ in the complex form) is applied to the circuit of Fig. 1.
 - (1-1) Express the voltage at point A in the complex form.
 - (1-2) Express the voltage at point B in the complex form. You may use L_x and R_x if necessary.
 - (1-3) A current meter is inserted between point A and point B, and it shows 0 current in any frequency. Express the values of L_x and R_x .

- (2) The step voltage shown in Fig. 2 is applied as the input v_{in} to the circuit of Fig. 1. Assume that the circuit is in the steady state when $t < 0$.
 - (2-1) Express the voltage at point B. You may use L_x and R_x if necessary.
 - (2-2) The voltage waveform at point B has the time constant τ , and the voltage becomes a constant value of V_m after a sufficient time. Express the values of L_x and R_x in terms of the appropriate parameters from τ , V_m , the given resistance values, and the given capacitance value.

- (3) The voltage shown in Fig. 3 is applied as the input v_{in} to the circuit of Fig. 1. Assume that the circuit is in the steady state when $t < 0$ and that τ is the time constant defined in Question (2-2). In the following questions, you may use τ and V_m defined in Question (2-2) if necessary.
 - (3-1) Express the voltage at point B.
 - (3-2) Draw the graph of the voltage waveform at point B.

Legend

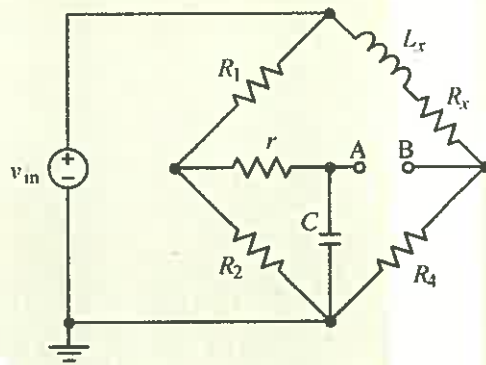
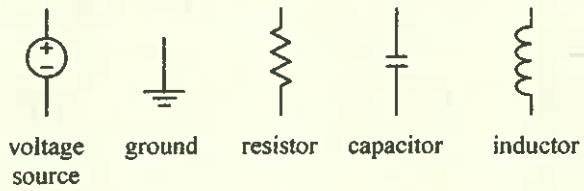


Fig. 1

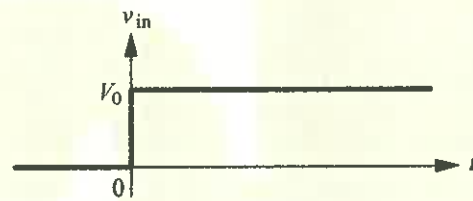


Fig. 2

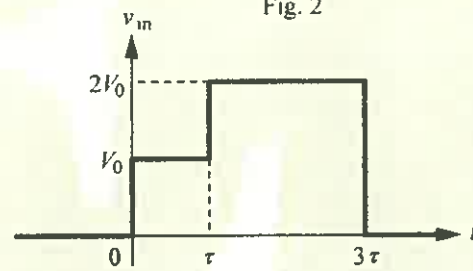


Fig. 3

問題3

入力信号を $A = \{0, 1\}$, 出力信号を $B = \{0, 1\}$ とする二元対称通信路 Γ を考える. A の確率分布を P_A , A に属する事象 a が発生する確率を $P_A(a)$ と表す. 通信路 Γ において $P_A(0) = p$, $P_A(1) = 1 - p$ であり, どちらの値を入力した場合にも q の確率で信号が反転する. このとき以下の間に答えよ. なお, 本問において対数の底は 2 とする.

- (1) 通信路 Γ の通信路線図を示せ.
- (2) B の確率分布 P_B を p, q を用いて表わせ.
- (3) エントロピー $H(B)$ および条件付きエントロピー $H(A|B)$ を p, q を用いて表わせ.
- (4) $(p = 0.25, q = 0)$ ならびに $(p = 0.25, q = 0.25)$ のそれぞれの場合における $H(A|B)$ と相互情報量 $I(A; B)$ を求めよ. また, 両方の場合における $I(A; B)$ の値を比較することで, この通信路において $I(A; B)$ の意味するところを述べよ.

次に, 無記憶通信路 Γ_1 と無記憶通信路 Γ_2 をカスケード接続する場合を考える. すなわち, 入力信号を $X = \{x_1, x_2\}$, 出力信号を $Y = \{y_1, y_2\}$ とする通信路 Γ_1 , ならびに入力信号を Y とし出力信号を $Z = \{z_1, z_2\}$ とする通信路 Γ_2 を考える. x と y が同時に発生する確率を $P(x, y)$, y が与えられた場合の x の条件付き確率を $P(x|y)$ と示す. 以下の間に答えよ.

- (5) この通信路 Γ_1, Γ_2 において次の式 (i) が成り立つことを示せ.

$$H(X|Z) - H(X|Y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left[P(y_i, z_j) \sum_{k=1}^2 P(x_k|y_i) \{ \log P(x_k|y_i) - \log P(x_k|z_j) \} \right] \quad (i)$$

- (6) $H(X|Z) \geq H(X|Y)$ が成り立つことを示せ. また, これに基づき相互情報量 $I(X; Z)$ の意味するところを述べよ.
- (7) X の確率分布を $P_X(x_1) = s$, $P_X(x_2) = 1 - s$ とし, Γ_1 と Γ_2 どちらの通信路も確率 r にて信号の反転が発生する場合を考える. 通信路全体の通信路容量を C_{12} とすると, C_{12} が最大となる確率 r とそのときの C_{12} の値を求めよ.

Problem 3

Consider a symmetric binary channel Γ , where the input symbols are $A = \{0, 1\}$, and the output symbols are $B = \{0, 1\}$. We denote the probability distribution of A as P_A , and the probability of event a , which belongs to A , as $P_A(a)$. Suppose that $P_A(0) = p$, $P_A(1) = 1 - p$, and the probability of a symbol swap is q whichever symbol is inputted to channel Γ . Answer the following questions. In this problem, the base of logarithm is 2.

- (1) Draw a channel diagram of channel Γ .
- (2) Describe the probability distribution of B , P_B , using p and q .
- (3) Describe the entropy $H(B)$ and the conditional entropy $H(A|B)$ using p and q .
- (4) Calculate $H(A|B)$ and the mutual information $I(A; B)$ for each of the two cases. ($p = 0.25, q = 0$) and ($p = 0.25, q = 0.25$). Also, explain the meaning of $I(A; B)$ in this channel comparing the $I(A; B)$ values in the both cases.

Suppose that memoryless channels Γ_1 and Γ_2 are cascade-connected. In channel Γ_1 , the input symbols are $X = \{x_1, x_2\}$ and the output symbols are $Y = \{y_1, y_2\}$. In channel Γ_2 , the input symbols are Y and the output symbols are $Z = \{z_1, z_2\}$. We denote the simultaneous probability of x and y as $P(x, y)$, and the conditional probability of x given y as $P(x|y)$. Answer the following questions.

- (5) Prove that Eq. (i) is true on channel Γ_1 and channel Γ_2 .

$$H(X|Z) - H(X|Y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left[P(y_i, z_j) \sum_{k=1}^2 P(x_k|y_i) \{ \log P(x_k|y_i) - \log P(x_k|z_j) \} \right] \quad (i).$$

- (6) Prove that $H(X|Z) \geq H(X|Y)$ is true. Based on this, explain the meaning of the mutual information $I(X; Z)$.
- (7) Suppose that the probability distribution of X as $P_X(x_1) = s$ and $P_X(x_2) = 1 - s$, and the probability of a symbol swap is r on channel Γ_1 and channel Γ_2 . The capacity in the entire channel is denoted as C_{12} . Obtain the values of r and C_{12} when C_{12} is maximized.

問題 4

二分探索木に関する以下の問に答えよ。二分探索木とは、木の各ノードに要素が格納され、いずれのノードの要素もその左側の部分木のどの要素よりも大きく、右側の部分木のどの要素よりも小さいという条件を満たす二分順序木である。なお要素は整数とし、探索木の中で要素の重複はないものとする。

- (1) 二分探索木の中に、ある要素が存在するかどうかを探索する手順を考える。二分探索木に含まれるノード数を n とすると、探索にかかる平均計算量のオーダーはいくらか。理由も簡潔に述べよ。
- (2) プログラム 1 によって、探索アルゴリズムを実装したい。空欄(A)で行うべき処理を C 言語で記述せよ。なおプログラム 1 中の関数 `search` は、木の根へのポインタ `r` と探索キー `key` を入力とし、探索に成功した場合に検出されたノードへのポインタを、失敗した場合は `NULL` を返すものとする。
- (3) プログラム 1 の関数 `search` を再帰を用いた実装に書き換えよ。

```
/* プログラム 1 */
typedef struct node{
    int value;
    struct node *left, *right;
} Node;

Node* search(Node *r, int key){
    Node *current_node = r;

    while(current_node != NULL){
        int diff = key - current_node->value;
        (A)
    }
    return current_node;
}
```

- (4) 図1に示す二分探索木に新たに3つの要素{23, 27, 30}を挿入する。これらは要素32を根とする部分木を構成する。異なる挿入順序を考慮して、挿入操作後のこれらの部分木を全て図示せよ。
- (5) 問(2)または問(3)のプログラムを修正することで、ノード r を根とする二分探索木に新たなデータ v を追加する関数 `insert` をC言語で記述せよ。
- (6) 図1に含まれる12個の要素と、問(4)で新たに挿入した3つの要素を合わせた15個の要素で構成される二分探索木のうち、木の高さが最小となるものを図示せよ。
- (7) 二分探索木における要素の削除アルゴリズムを、以下の場合に分けてそれぞれ2行以内で説明せよ。以下では削除されるノードを候補ノードと呼ぶ。
- (a) 候補ノードが子ノードを持たない場合
 - (b) 候補ノードが子ノードを1つ持つ場合
 - (c) 候補ノードが子ノードを2つ持つ場合
- (8) 二分探索木では、データの挿入順序次第で木の高さが変化する。二分探索木の操作の最悪計算量を小さくする方法として、すべてのノードにおいて左右の部分木の高さの差がつねに高々1であるように調整したデータ構造がAVL木である。今、図1の木を操作する事でAVL木に変換したい。どのようにすればよいか、手順を述べ、結果を図示せよ。
- (9) 問(8)で得られるAVL木に問(4)の3つの要素を挿入した場合、最終的にできるAVL木を図示せよ。

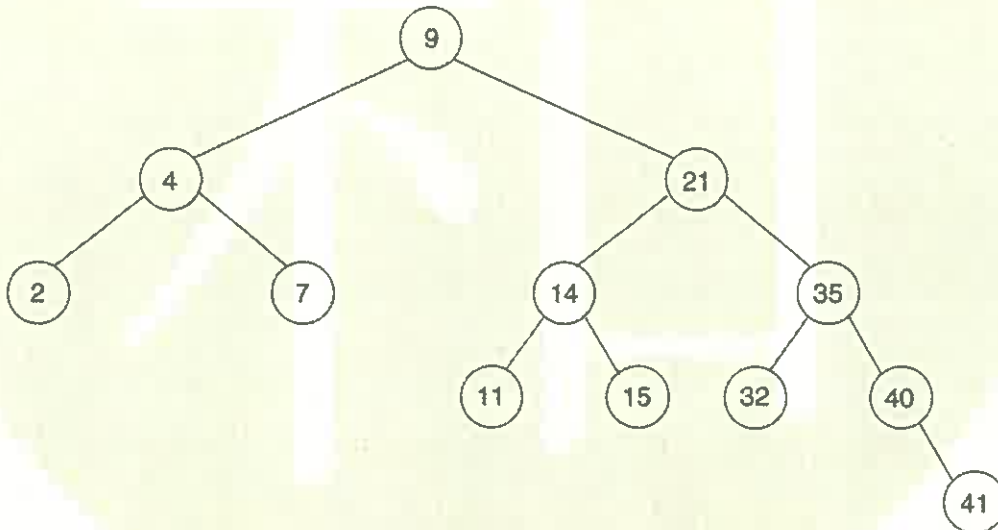


図1

Problem 4

Answer the following questions on the binary search tree. The binary search tree is an ordered binary tree which has the following properties; a value is stored in each node in the tree. the value at each node is always greater than any values stored in that node's left sub-tree, and always less than any values in that node's right sub-tree. Here, the values in the tree are integers, and there is no duplication among them.

- (1) Consider the procedure to search a binary search tree for a specific value. When n denotes the number of nodes in the binary search tree, what is the order of the average time complexity of the searching algorithm? In addition, describe the reason briefly.
- (2) Consider completing Program 1 for the search algorithm. Fill in the blank (A) using C language. Note that function 'search' in Program 1 takes the pointer 'r' to the root of the tree and the key 'key' for searching as input. It returns the pointer to the node which is found when the search succeeds, or NULL when the search fails.
- (3) Rewrite function 'search' in Program 1 as a recursive algorithm.

```
/* Program 1 */
typedef struct node{
    int value;
    struct node *left, *right;
} Node;

Node* search(Node *r, int key){
    Node *current_node = r;

    while(current_node != NULL){
        int diff = key - current_node->value;
        (A)
    }
    return current_node;
}
```

- (4) Consider inserting three new values {23, 27, 30} to the binary search tree in Fig. 1. These values compose a sub-tree of the node whose value is '32'. Considering different orders of insertion, illustrate all the possible sub-trees after the insertion operations.
- (5) By modifying the program from either Question (2) or Question (3), write function 'insert' using C language, where a new value 'v' is added to the binary search tree whose root node is 'r'.
- (6) Illustrate the binary search tree, whose height is minimum, constructed by the 15 values (12 values in Fig. 1 and 3 values in Question (4)).
- (7) Describe the deletion algorithm for a binary search tree in two lines for each of the following cases. Here, a node which will be deleted is called a candidate node.
 - (a) A candidate node has no child node.
 - (b) A candidate node has one child node.
 - (c) A candidate node has two child nodes.
- (8) In the binary search tree, the height of the tree depends on the order of insertion. An AVL tree is a data structure where the difference of the heights between the left and right sub-trees at each node is always at most 1, and it can reduce the worst case complexity of operations for the binary search tree. Consider converting the tree in Fig. 1 to an AVL tree. Describe the procedure of the conversion and illustrate the resulting tree.
- (9) Consider inserting the three values in Question (4) to the AVL tree obtained in Question (8). Illustrate the final AVL tree.

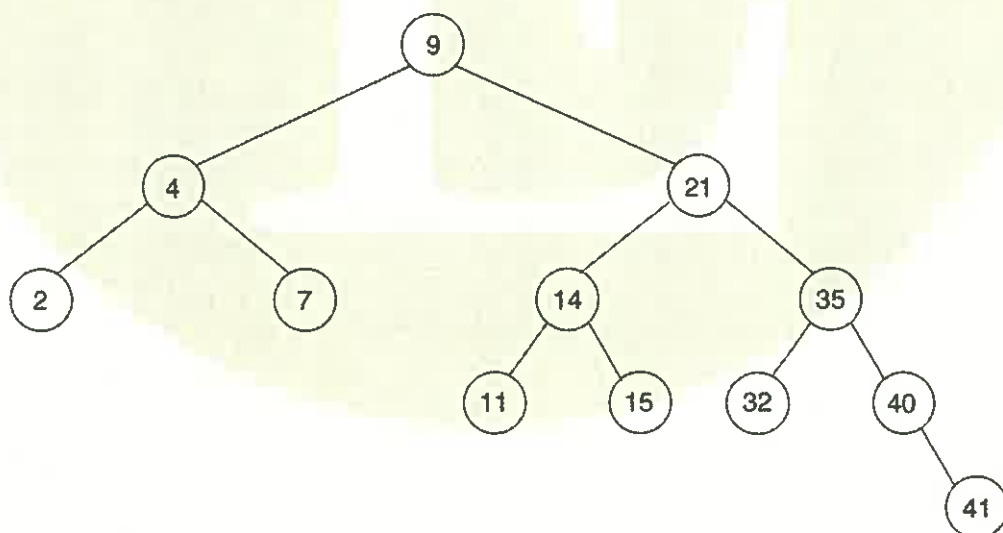
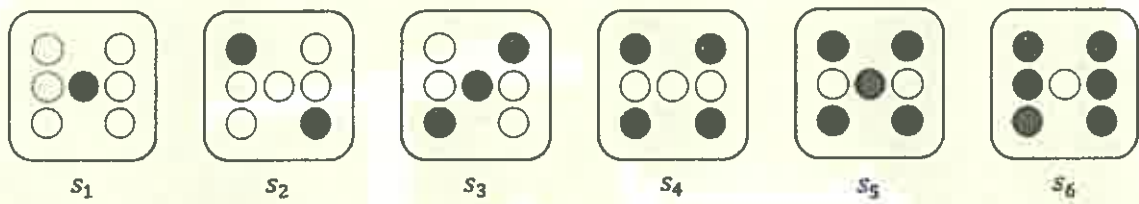


Fig. 1

問題A

1 から 6 までのサイコロの目を、図 1 に示すような LED の点灯パターンによって表したい。このとき、図 2 に示す a から d までの点灯パターンを組み合わせることで実現する。例えば、6 を表示するためには、図 3 に示すように、 $a = 0, b = 1, c = 1, d = 1$ とすれば良い。以下の問に答えよ。

- (1) サイコロの状態として、それぞれサイコロの目に対応する s_1 から s_6 までの 6 つの状態を取る。サイコロの状態は 3 bit の 2 進数 $x_2x_1x_0$ で表すことにする。例えば、 s_6 のときを $x_2x_1x_0 = 110$ で表す。 $x_2x_1x_0$ の値に従って図 1 のように点灯するような a, b, c, d の各論理式を x_2, x_1, x_0 の加法標準形で示せ。



● : 点灯, ○ : 消灯

図 1

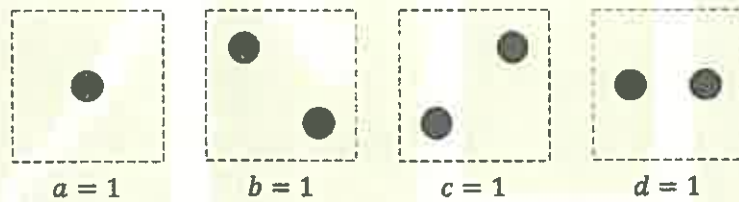


図 2

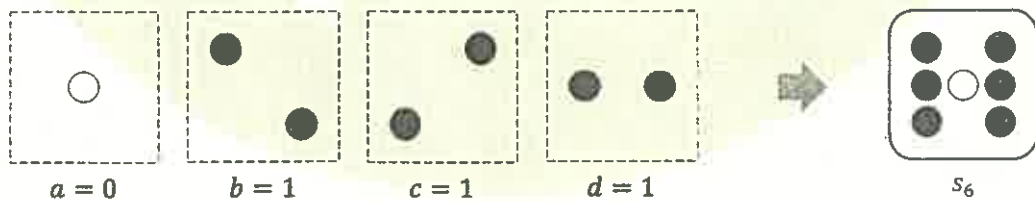


図 3

(2) 問(1)のサイコロにおいて、クロックに同期して動作し、入力信号 S によって制御される論理回路について考える。入力信号 S が0の時は自己ループ遷移になる。 S が1の時は $s_1 \rightarrow s_3 \rightarrow s_5 \rightarrow s_6 \rightarrow s_4 \rightarrow s_2 \rightarrow s_1$ の状態遷移を順に繰り返す。つまり、現在の状態が s_2 の場合に S が1であれば、次のクロックで状態が s_1 に変化する。

(a) この回路の状態遷移図を示せ。

(b) 問(2)(a)で求めた状態遷移図を元に、 S と現在の状態 $x_2x_1x_0$ とを用いて、次の状態 $x_2'x_1'x_0'$ の状態遷移表を示せ。

(3) 6の目を他の目よりも高い確率で出すような「いかさまサイコロ」を考える。ここで、問(1)の状態に加えて、新しい状態 s_7 および $x_2x_1x_0 = 111$ を導入する。状態遷移がこの状態 s_7 に到達すると、LEDは6の目を表示するものとする。

(a) このいかさまサイコロの目をLEDで表示するための組み合わせ回路を設計したい。可能な限り単純化した a, b, c, d の各論理式を示せ。なお、状態 s_0 の場合は考慮しなくてよい。

(b) いかさまサイコロの状態遷移を実現するため、問(2)と同様に入力信号 S を考える。ただし、状態遷移は $s_1 \rightarrow s_3 \rightarrow s_5 \rightarrow s_6 \rightarrow s_7 \rightarrow s_4 \rightarrow s_2 \rightarrow s_1$ の順に繰り返されるものとする。この状態遷移の回路図を設計し図示せよ。なお、回路図は、図4に示す記号のみを使用し、可能な限り単純化すること。

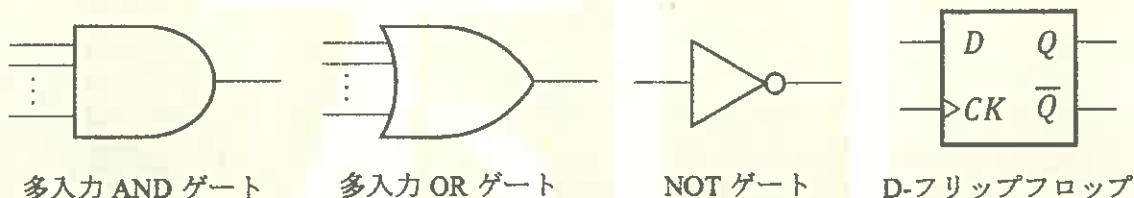


図4

Problem A

We would like to indicate the number on a dice, which is 1 to 6, by using lighting patterns of LEDs as shown in Fig. 1. This aim is realized with a combination of the lighting patterns from a to d shown in Fig. 2. For example, the number 6 can be indicated by combination of $a = 0$, $b = 1$, $c = 1$, and $d = 1$, as shown in Fig. 3. Answer the following questions.

- (1) It is assumed that the dice has six states, s_1 to s_6 , which correspond to the numbers on that dice, respectively. A 3-bit binary number $x_2x_1x_0$ is used to represent the state of the dice. For example, state s_6 is represented as $x_2x_1x_0 = 110$. In order to realize the lighting patterns in Fig. 1, describe the logical expression for each of a , b , c , and d as a disjunctive normal form of x_2 , x_1 , and x_0 .

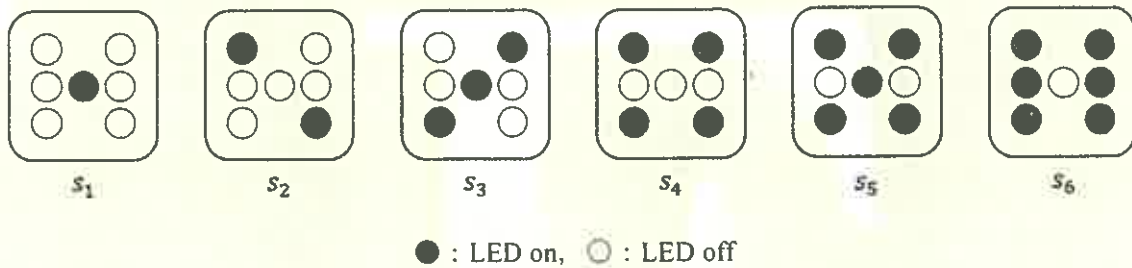


Fig. 1

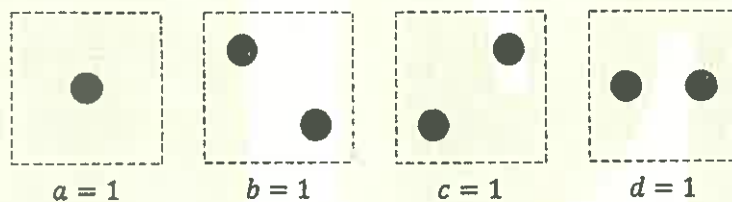


Fig. 2

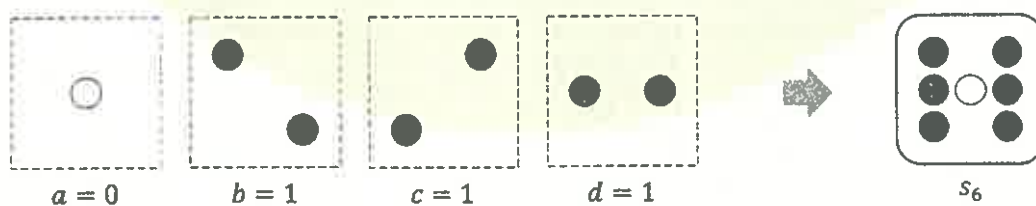


Fig. 3

(2) Based on the dice in Question (1), we consider a logical circuit, which is synchronous with clock pulses and also controlled by an input signal S . When S is 0, a self-loop transition happens. When S is 1, a state transition happens in the following order: $s_1 \rightarrow s_3 \rightarrow s_5 \rightarrow s_6 \rightarrow s_4 \rightarrow s_2 \rightarrow s_1$ and these transitions are repeated. For example, when the current state is s_2 and S is 1, it moves to s_1 on the next clock.

- (a) Show the state transition diagram for this circuit.
- (b) Based on the diagram in Question (2)(a), show the state transition table for the next state index $x_2'x_1'x_0'$ by using S and the current state index $x_2x_1x_0$.

(3) We would like to implement a “false dice”, which indicates the number 6 with higher probability than the other numbers. Here, in addition to the original states in Question (1), a new state, s_7 , is introduced, and it is represented as $x_2x_1x_0 = 111$. When a state transition arrives at this state s_7 , the LEDs are turned on to indicate the number 6.

- (a) We would like to design the combinational circuit to indicate the number on this false dice by LEDs. Describe the logical expression for each of a , b , c , and d , which must be simplified as much as possible. Here, it is not necessary to consider state s_0 .
- (b) To realize the state transitions for the false dice, the input signal S is considered as in Question (2). Here, state transitions happen in the following order: $s_1 \rightarrow s_3 \rightarrow s_5 \rightarrow s_6 \rightarrow s_7 \rightarrow s_4 \rightarrow s_2 \rightarrow s_1$. Design and draw the circuit for the state transition. You may use only the symbols shown in Fig. 4, and the circuit must be simplified as much as possible.

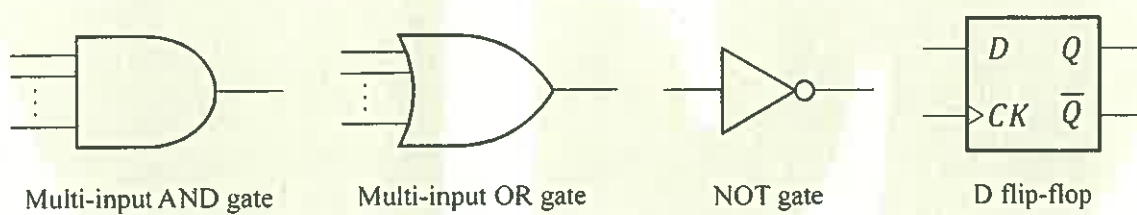


Fig. 4

問題 B

連続信号 $x(t)$, $y(t)$ とそのフーリエスペクトル $X(\omega)$, $Y(\omega)$ に関する以下の間に答えよ。なお、必要に応じて表 1 のフーリエ変換表を用いてよい。 j は虚数単位である。

$x(t)$	\leftrightarrow	$X(\omega)$
$\delta(t)$		1
1		$2\pi\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}x(t)$		$X(\omega - \omega_0)$

(1) $X(\omega)$ を $x(t)$ を用いて数式で表せ。同様に、 $x(t)$ を $X(\omega)$ を用いて数式で表せ。次に、時間遅延が生じて $x(t)$ が $x(t - t_0)$ となった場合を考える。この時間遅延によってスペクトルはどのように変化するのか、数式を用いて説明せよ。

(2) 周期 $T(> 0)$ のインパルス列を $d(t)$ とし、そのフーリエスペクトルを $D(\omega)$ とする。

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

$D(\omega)$ もインパルス列となることを示したい。以下の間に答えよ。

(a) $d(t)$ を $e^{jn\omega_0 t}$ の線形結合で表せ。 n は整数、 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ である。 $d(t)$ は周期関数であるため、複素フーリエ級数を用いて展開できることに留意せよ。

(b) 上記の解答をフーリエ変換することで、 $D(\omega)$ もインパルス列となることを示せ。

(3) 図 1 に示す周期 T の周期信号 $y(t)$ を考える。 $y(t)$ を、問(2)の $d(t)$ をフィルタに入力した出力であると考えた場合、そのフィルタのインパルス応答 $h(t)$ を図示せよ。

(4) $|H(\omega)|$ の形状を用いて $|Y(\omega)|$ を図示し、なぜ、 $|Y(\omega)|$ がそのような形状になるのかを説明せよ。なお $H(\omega)$ は問(3)の $h(t)$ のフーリエスペクトルであり、 $|H(\omega)|$ として任意の形状を想定してよい。問(3)で示した $h(t)$ から直接計算する必要はない。

(5) $y(t)$ を標本化し、デジタル信号とすることを考える。適切な標本化を行うために満たすべき条件を述べよ。その条件を満たさない場合、標本化後の信号がどのような振幅スペクトルを持つこととなるのか、問(4)の解答を用い、図を示して説明せよ。

(6) 離散化された $y(t)$ の対数振幅スペクトルを高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform, FFT) を用いて計算したところ、問(4)の解答とは異なり、図 2 の結果が得られた。考えられる理由を、複数述べよ。

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.



図 1

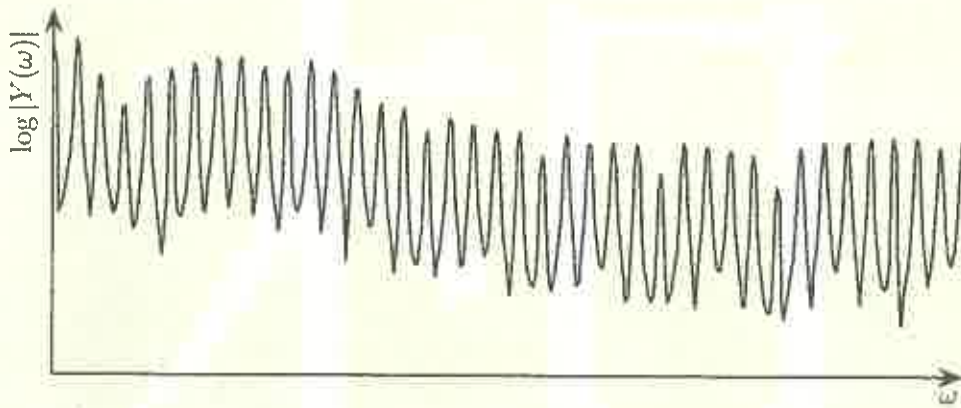


図 2

Problem B

Answer the following questions regarding continuous signals, $x(t)$ and $y(t)$, and their Fourier spectra, $X(\omega)$ and $Y(\omega)$. You are allowed to refer to the Fourier transform table (Table 1) if needed. j is the imaginary unit.

$x(t)$	\leftrightarrow	$X(\omega)$
$\delta(t)$		1
1		$2\pi\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}x(t)$		$X(\omega - \omega_0)$

- (1) Express $X(\omega)$ mathematically by using $x(t)$. Also, express $x(t)$ mathematically by using $X(\omega)$. Let's assume that a time delay happens to $x(t)$ and changes it to $x(t - t_0)$. Explain mathematically what kind of spectrum change is caused by this time delay.
- (2) A periodic sequence of impulses with their periodic interval $T (> 0)$ is denoted as $d(t)$ and its Fourier spectrum is $D(\omega)$.

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

To prove that $D(\omega)$ is also a periodic sequence of impulses, answer the following questions.

- (a) Express $d(t)$ as a linear combination of $e^{jn\omega_0 t}$, where n is an integer and $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. Note that $d(t)$ can be expanded to a complex Fourier series because $d(t)$ is a periodic signal.
- (b) By conducting Fourier transform on the answer to the above question, prove that $D(\omega)$ is also a sequence of impulses.
- (3) You have a periodic signal $y(t)$ with its periodic interval T , shown in Fig. 1. It can be assumed that $y(t)$ is the output from a filter that takes $d(t)$ from Question (2) as an input. Sketch the shape of the impulse response $h(t)$ of that filter.
- (4) Sketch $|Y(\omega)|$ by using the shape of $|H(\omega)|$ and explain why $|Y(\omega)|$ has such a shape. Here, $H(\omega)$ is the Fourier spectrum of $h(t)$ from Question (3) and you can assume any shape for $|H(\omega)|$. You do not have to calculate $|H(\omega)|$ directly from $h(t)$, which was sketched in Question (3).
- (5) One wants to convert $y(t)$ to its digital signal by sampling. Describe what kind of conditions have to be satisfied for adequate sampling. Also explain what kind of amplitude spectrum will be obtained if the above conditions are not satisfied. You have to explain by drawing figures using the answer to Question (4).

- (6) The logarithmic amplitude spectrum of the digitized version of $y(t)$ is calculated by Fast Fourier Transform (FFT). It is shown in Fig. 2 and its shape is different from the answer to Question (4). Describe possible reasons.



Fig. 1

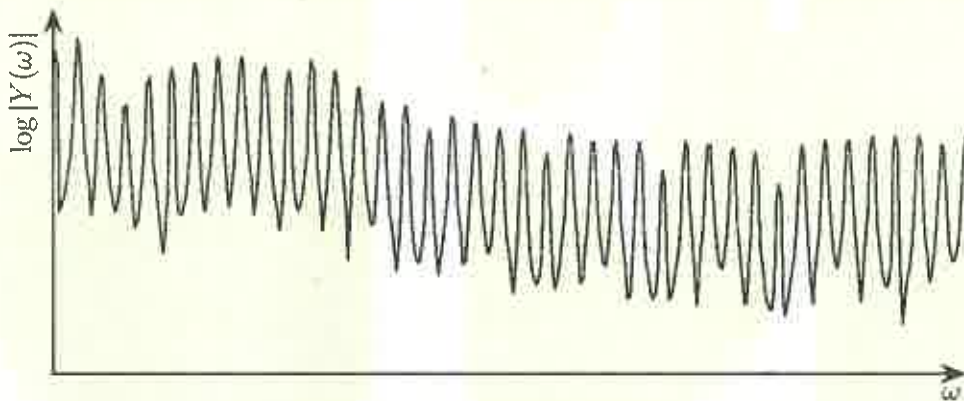


Fig. 2

問題 C

図 1 に示す x 軸上の格子定数 a の無限長の一次元格子において、電子の波動関数 $\varphi(x)$ が式(i)で与えられるシュレディンガー方程式を満たすものとする。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \varphi(x) = E\varphi(x) \quad (\text{i})$$

ここで、 $\hbar = h/(2\pi)$ であり、 h はプランク定数、 m は電子の質量、 x は座標、 $V(x)$ はポテンシャル、 E は電子のエネルギーである。ここで、式(i)を有限差分法を用いて近似することを考える。ここでは $\varphi'(x)$ と $\varphi''(x)$ をそれぞれ $\varphi(x)$ の一次および二次導関数としたとき、それらを式(ii)および式(iii)のように差分により近似できるものとする。

$$\varphi'(x) = \frac{\varphi(x+a) - \varphi(x)}{a} \quad (\text{ii})$$

$$\varphi''(x) = \frac{\varphi'(x) - \varphi'(x-a)}{a} \quad (\text{iii})$$

以下では、 n を整数、 x_n を n 番目の原子の座標、 $\varphi(x_n) = \varphi_n$ とする。すべての n に対して $V(x_n) = V$ と仮定する。ただし、 V は定数である。以下の問に答えよ。

(1) 式(ii)および式(iii)を用いて、式(i)から以下の式(iv)を導け。

$$-\frac{\hbar^2}{2ma^2}(\varphi_{n+1} - 2\varphi_n + \varphi_{n-1}) + V\varphi_n = E\varphi_n \quad (\text{iv})$$

(2) A を定数として、 $\varphi_n = A \exp(ikx_n)$ とおく。ここで、 k は電子の波数である。 E と k の関係を第 1 ブリルアンゾーン内 ($-\pi/a \leq k \leq \pi/a$) で図示せよ。ゾーン境界でのエネルギーも示すこと。

(3) 問(2)において、電子の群速度 $\left(\frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \right)$ と有効質量 $\left(\hbar^2 / \frac{d^2E}{dk^2} \right)$ を k の関数として第 1 ブリルアンゾーン内で図示せよ。

(4) 問(2)において、単位長さあたりの状態密度 (dN/dE) を E を用いて表せ。ここで、 N は単位長さあたりの状態数である。

(5) 問(2)において、格子点 1 個あたりの電子数が 1 であるとき、この物質の電気伝導について、有効質量の観点から定性的に 2 行以内で述べよ。

(6) 図 2 のように、格子定数 a の無限に広がる二次元正方格子を考える。 x 方向に対して n 番目、 y 方向に対して ℓ 番目の格子に位置する原子における電子の波動関数 $\varphi_{n,\ell}$ を $A \exp(ik_x x_n + ik_y y_\ell)$ とおく。式(ii)および式(iii)と同様の有限差分法を y 方向に対しても適用して、 E 、 k_x 、 k_y の間に成り立つ関係を求めよ。ここで、 A は定数、 x_n 、 y_ℓ はそれぞれこの原子の x 、 y 座標、 k_x 、 k_y はそれぞれ x 、 y 方向の波数、 ℓ は整数である。

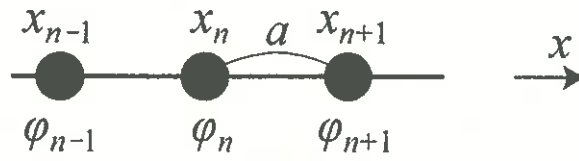


図 1

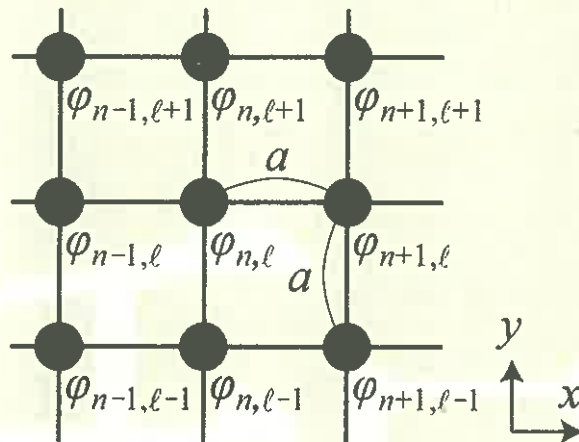


図 2

Problem C

In the infinite one-dimensional lattice with a lattice constant a on the x axis shown in Fig. 1, the wave function $\varphi(x)$ of electrons satisfies the Schrödinger equation given by Eq. (i).

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \varphi(x) = E\varphi(x), \quad (\text{i})$$

where $\hbar = h/(2\pi)$, h is the Planck constant, m is the electron mass, x is the coordinate, $V(x)$ is the potential, and E is the electron energy. Consider approximating Eq. (i) using a finite difference method, in which the first and second derivatives of $\varphi(x)$, $\varphi'(x)$ and $\varphi''(x)$, are approximated by Eq. (ii) and Eq. (iii), respectively.

$$\varphi'(x) = \frac{\varphi(x+a) - \varphi(x)}{a}. \quad (\text{ii})$$

$$\varphi''(x) = \frac{\varphi'(x) - \varphi'(x-a)}{a}. \quad (\text{iii})$$

In the following questions, n is an integer, x_n is the coordinate of the n -th atom, and $\varphi(x_n) = \varphi_n$. We assume $V(x_n) = V$ for all n , where V is a constant. Answer the following questions.

(1) Using Eq. (ii) and Eq. (iii), derive the following Eq. (iv) from Eq. (i).

$$-\frac{\hbar^2}{2ma^2} (\varphi_{n+1} - 2\varphi_n + \varphi_{n-1}) + V\varphi_n = E\varphi_n. \quad (\text{iv})$$

(2) We assume $\varphi_n = A \exp(ikx_n)$, where A is a constant and k is the wave number of the electron. Draw the $E - k$ curve in the first Brillouin zone ($-\pi/a \leq k \leq \pi/a$). Show the energies at the zone boundaries.

(3) For the conditions of Question (2), draw the graphs of the group velocity $\left(\frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \right)$ and the effective mass $\left(\hbar^2 / \frac{d^2E}{dk^2} \right)$ of electrons as a function of k in the first Brillouin zone.

(4) For the conditions of Question (2), express the density of states (dN/dE) per unit length by using E . Here, N is the number of states per unit length.

(5) For the conditions of Question (2), consider the case when the number of electrons per lattice point is one. Explain the electrical transport of this material qualitatively in two lines from the viewpoint of the effective mass.

(6) Consider the infinite two-dimensional square lattice with a lattice constant a shown in Fig. 2. The electron wave function $\varphi_{n,\ell}$ of the atom that is located at the n -th lattice point in the x direction and at the ℓ -th lattice point in the y direction is expressed as $A \exp(ik_x x_n + ik_y y_\ell)$. Show the relationship among E , k_x , and k_y by applying the same

finite difference method as that shown in Eq. (ii) and Eq. (iii) to the y direction as well. Here, A is a constant, and x_n and y_l are the x and y coordinates of this atom, respectively. k_x and k_y are the wave numbers in the x and y directions, respectively. ℓ is an integer.

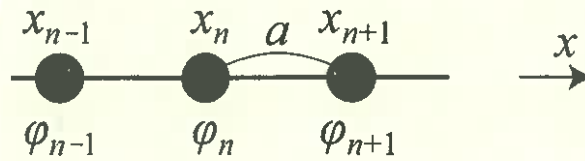


Fig. 1

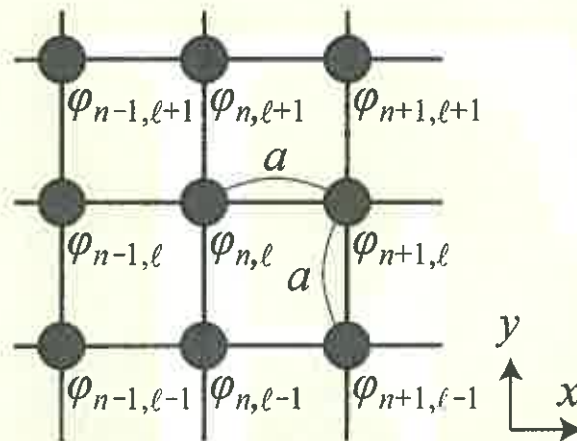


Fig. 2

問題D

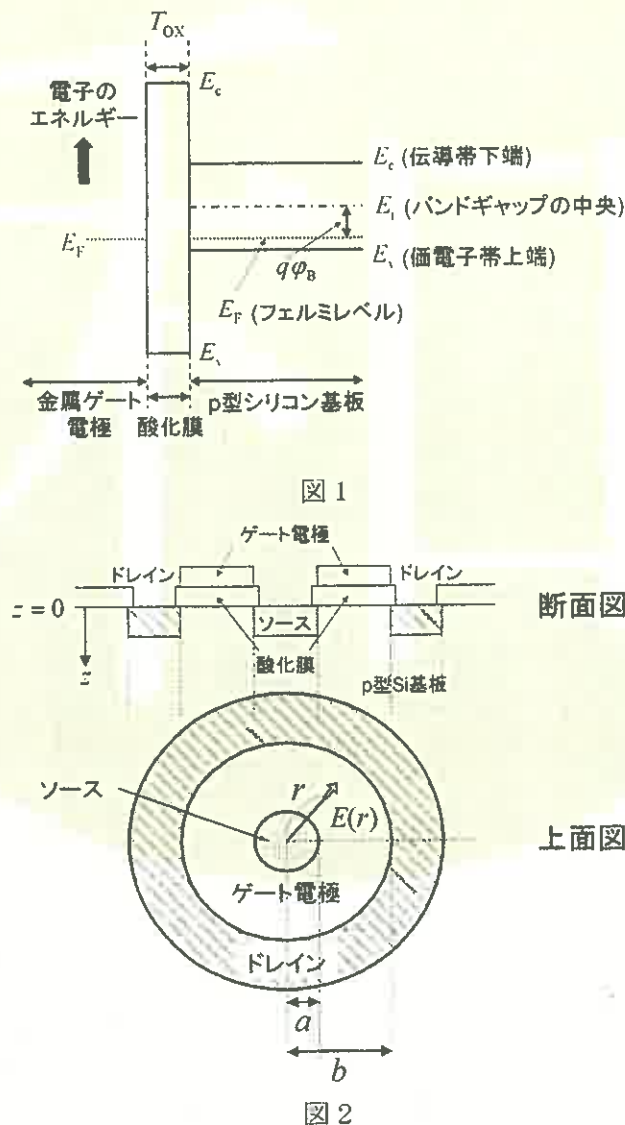
図1は、金属からなるゲート電極と、薄い酸化膜と、p型シリコン基板とを接触させたMOS（金属-酸化膜-半導体）構造のエネルギーバンド図を模式的に示したものである。ここで、ゲート電極とp型シリコン基板の裏面を共に接地した状態では、図1に示す様に、シリコンと酸化膜の界面および酸化膜中の電界がゼロになっているもの（フラットバンド状態）とする。

ここで、素電荷を q 、シリコンの誘電率を ϵ_{Si} 、酸化膜の誘電率を ϵ_{Ox} 、酸化膜の膜厚を T_{Ox} 、p型シリコン基板のアクセプタ濃度を N_{sub} とし、シリコン基板中のフェルミレベルは、シリコンのバンドギャップの中央(E_i)より、 $q\phi_B$ だけ下がったところにあるものとする。また、空乏層内ではフリーキャリアの効果や界面準位などの欠陥の影響は無視できるものとする。以下の問に答えよ。

- (1) ゲート電極に正のバイアスを印加すると、シリコンと酸化膜の界面からシリコン基板方向に空乏層が伸び、酸化膜との界面におけるシリコンのエネルギーバンドは下方に曲がる。シリコン基板の、酸化膜との界面から十分離れた位置でのポテンシャルをゼロとした時、シリコンと酸化膜の界面でのポテンシャルを表面ポテンシャルと呼び、下方にバンドが曲がった時を正の値にとる。この表面ポテンシャルが ϕ_B の時の、空乏層の厚さを求めよ。
- (2) 問(1)における酸化膜中の電界を求めよ。
- (3) 問(1)で定義した表面ポテンシャルが $2\phi_B$ に達した時、シリコンの酸化膜界面近傍には大量の伝導電子が誘起され、強反転状態が実現されることが知られている。この強反転状態を実現するために必要なゲート電圧（しきい値電圧） V_{th} を式で表せ。
- (4) 強反転が実現した時のMOS構造のエネルギーバンド図を示せ。この時、図中に空乏層の位置、ゲート電極のフェルミレベルの位置、シリコン中のフェルミレベルの位置の概略を示せ。

図1のMOS構造を用いて、図2に示す形状をもつnチャネルMOS電界効果トランジスタを構成する。ここでトランジスタは、半径 a の円形形状をもつソース領域と、内半径が b の円であるリング状ドレイン領域と、内半径 a 、外半径 b のリング状ゲート電極から構成されている。ゲート電極にしきい値電圧 V_{th} よりも高い電圧 V_G を印加し、またソース領域を接地して、ドレイン領域に $(V_G - V_{th})$ の値と比べて十分低い電圧 V_D を印加する。シリコン基板中に形成される反転層中の電子の移動度を μ 、単位面積あたりのゲート容量を $C_{ox}(=\epsilon_{ox}/T_{ox})$ とし、シリコン基板の深さ方向を z 軸にとる。ここで、反転層の厚さはソース領域やドレイン領域の深さと比べて、十分薄いものとする。以下の問に答えよ。

- (5) ソースの中心から r の距離、シリコン基板の表面から z の深さにおける電流密度を $i(r, z)$ 、反転層中の電子の体積密度を $n(r, z)$ とする。また、図2にあるように、 r の距離にある点での反転層中の MOS 界面に平行方向の電界を $E(r)$ (z によらないと仮定する) としたとき、 $i(r, z)$ と $E(r)$ の関係を示せ。
- (6) ソースの中心から r の距離における単位チャネル幅あたりの電流を $j(r)$ としたとき、問(5)の結果を用いて、 $j(r)$ と $E(r)$ の関係を示せ。ここで、電流は反転層のみを流れると仮定し、反転層の厚さを W としたとき、 $q \int_0^W n(r, z) dz = C_{\text{ox}}(V_G - V_{\text{th}})$ となることを利用してよい。
- (7) ドレインへ流れ込む電流を I_D としたとき、 I_D を、問(6)で定義した $j(r)$ の関数として表せ。
- (8) 前問までの結果を用いて、 I_D を V_D と V_G の関数として表せ。



Problem D

Figure 1 schematically shows an energy band diagram of a MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) structure, where a metal gate electrode, a thin oxide film and a p-type Si substrate are connected. We assume, as shown in Fig. 1, that the electric fields at the Si substrate/oxide film interface and inside the oxide are zero (the flat band condition) when the gate electrode and the back surface of the Si substrate are grounded.

Here, the elementary charge is q , the permittivity of Si is ϵ_{Si} , the permittivity of the oxide is ϵ_{OX} , the thickness of the oxide is T_{OX} , and the acceptor concentration in the p-type Si substrate is N_{sub} . Also, we assume that the Fermi level of the Si substrate is located at a position which is lower by $q\phi_B$ from the center of the Si band gap (E_i). The effects of free carriers in the depletion layer and any defects including interface states can be ignored. Answer the following questions.

- (1) When a positive gate voltage is applied to the gate electrode, a depletion layer extends from the Si/oxide interface to the Si substrate, and the Si energy band near the Si/oxide interface is bent downward. When the electrostatic potential is defined as zero in a region of the Si substrate sufficiently far from the Si/oxide interface, the potential at the Si/oxide interface is called the surface potential, which is taken as positive when the band is bent downward. Find the expression for the depletion layer thickness when the surface potential is ϕ_B .
- (2) Find the expression for the electric field in the oxide film under the condition of Question (1).
- (3) It is known that, when the surface potential defined in Question (1) reaches $2\phi_B$, a large amount of conduction electrons are induced in Si near the Si/oxide interface and the strong inversion condition is realized. Find the expression for the gate voltage needed to realize this strong inversion condition (threshold voltage), V_{th} .
- (4) Sketch the energy band diagram of the MOS structure when the strong inversion condition is realized. Here, indicate the depletion layer and the position of the Fermi levels in the gate electrode and the Si substrate in the sketched diagram.

We suppose an n-channel MOS field effect transistor, shown in Fig. 2, by using the MOS structure shown in Fig. 1. Here, this transistor has a circular source region with a radius of a , a ring-shaped drain region having an inner circle with a radius of b and a ring-shaped gate electrode whose inner and outer circles have a radius a and a radius b , respectively. The gate voltage V_G , which is higher than the threshold voltage V_{th} , is applied to the gate electrode. The source region is connected to the ground. The drain voltage V_D , which is sufficiently lower than $(V_G - V_{\text{th}})$, is applied to the drain region. Here, μ is the electron mobility in an inversion layer formed in the Si substrate, and the gate capacitance per unit area is $C_{\text{OX}} (= \epsilon_{\text{OX}} / T_{\text{OX}})$. Also, the z axis is taken as the direction along the depth of the Si substrate. The inversion layer thickness is sufficiently thin in comparison with the depth of the source and drain regions. Answer the following questions.

- (5) The current density at a position of distance r from the center of the source and of a depth z

from the surface of the Si substrate is denoted as $i(r, z)$. Also, the concentration of electrons in the inversion layer per unit volume is denoted as $n(r, z)$. As shown in Fig. 2, the electric field in the inversion layer, parallel to the MOS interface, at a position of distance r is denoted as $E(r)$. ($E(r)$ is assumed to be independent of z .) Show the relation between $i(r, z)$ and $E(r)$.

- (6) When the current per unit channel width at a position of distance r from the center of the source is denoted as $j(r)$, show the relation between $j(r)$ and $E(r)$ by using the answer of Question (5). Here, we can assume that the current is flowing only inside the inversion layer. When the inversion layer thickness is denoted as W , the relationship

$$q \int_0^W n(r, z) dz = C_{\text{OX}}(V_G - V_{\text{th}}) \text{ can be used.}$$

- (7) When the current flowing into the drain region is denoted as I_D , express I_D as a function of $j(r)$, defined in Question (6).
 (8) Express I_D as a function of V_D and V_G by using the answers of the above questions.

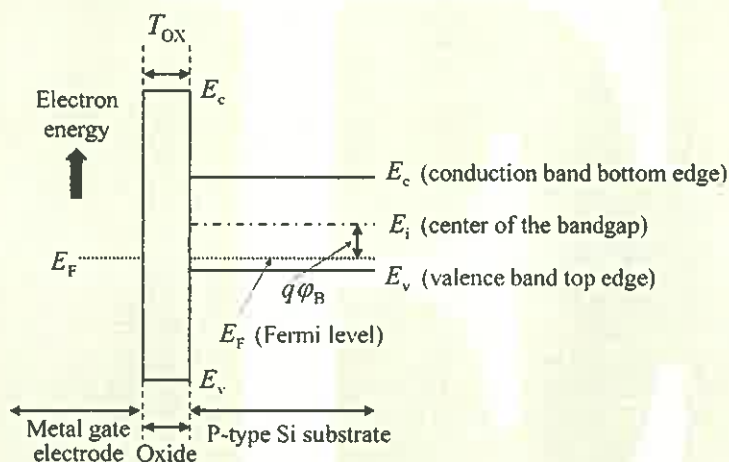


Fig. 1

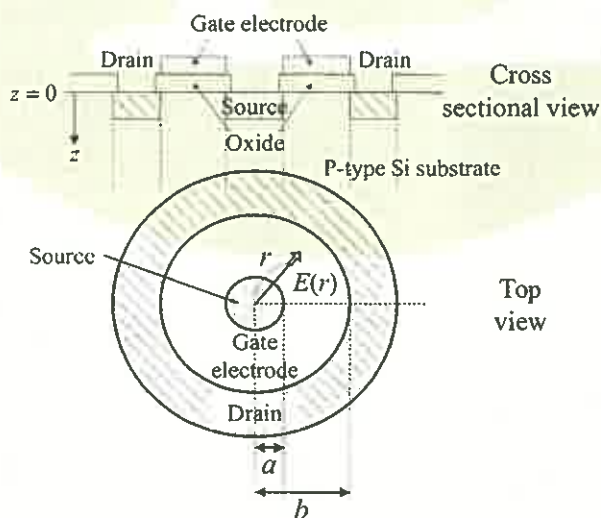


Fig. 2

問題E

式(i)の微分方程式で表される制御対象を考える。

$$\frac{dy(t)}{dt} = 2u(t) - 3y(t) \quad (\text{i})$$

但し、 $u(t)$ は制御入力、 $y(t)$ は出力であり、それぞれのラプラス変換を $U(s)$ 、 $Y(s)$ とする。
以下の間に答えよ。

- (1) 制御対象の伝達関数 $P(s) = Y(s)/U(s)$ を導出せよ。
- (2) この制御対象に対するフィードバック制御器 $C(s)$ を式(ii)で表される比例積分制御器とする。制御系全体のブロック線図を示せ。

$$U(s) = C(s)(R(s) - Y(s)), \quad C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (\text{ii})$$

但し、 $R(s)$ は目標値、 K_p は比例ゲイン、 K_I は積分ゲインである。

- (3) 問(2)において、閉ループ系の極を全て -10 に配置するためのゲイン K_p, K_I を求めよ。
- (4) 問(3)で求めたゲインを用いたときに、目標値 $r(t)$ を単位ステップ関数としたときの出力の時間応答 $y(t)$ を計算せよ。
- (5) 問(3)で求めたゲインを用いたときの、開ループ伝達関数 $P(s)C(s)$ の Bode 線図の概形を図示せよ。
- (6) 問(5)で求めた Bode 線図から位相余裕を読み取る方法を説明せよ。

Problem E

Consider the plant described by the differential equation (i).

$$\frac{dy(t)}{dt} = 2u(t) - 3y(t) \quad (\text{i})$$

Here, $u(t)$ is the control input and $y(t)$ is the output. $U(s)$ and $Y(s)$ are the Laplace transformations of $u(t)$ and $y(t)$, respectively. Answer the following questions.

- (1) Derive the transfer function of the plant $P(s) = Y(s)/U(s)$.
- (2) For this plant, a feedback controller $C(s)$ is designed as the proportional-integral controller expressed by Eq. (ii). Draw the block diagram of the whole control system.

$$U(s) = C(s)(R(s) - Y(s)), \quad C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (\text{ii})$$

Here, $R(s)$ is the command, K_p is the proportional gain, and K_I is the integral gain.

- (3) Obtain the gains K_p and K_I to assign all the closed-loop poles to -10 in Question (2).
- (4) Let the command $r(t)$ be the unit step function. Calculate the time response of the output, $y(t)$, with the gains obtained in Question (3).
- (5) Sketch the Bode diagram of the open-loop transfer function $P(s)C(s)$ with the gains obtained in Question (3).
- (6) Explain how to find the phase margin from the Bode diagram of Question (5).

問題 F

遮断器は、事故大電流を短時間で遮断して、事故設備を電力系統から切り離すためのスイッチである。図1に気中遮断器の模式図を示すが、遮断器内の接点を空気中で開極する際、アーク放電が接点間に発生し、電流をすぐには遮断できない。交流電流を遮断する場合、電流零点において、接点間距離が十分な長さ確保できていれば、アーク放電はその時点で消滅(消弧)し、電流遮断完了となる。以下の間に答えよ。

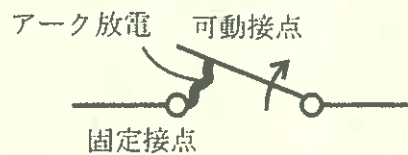


図1

- (1) アーク放電とグロー放電は定常的な放電である。これらの放電の特徴をその電子放出機構及び電離機構の視点から数行で説明せよ。
- (2) 電力系統に用いられる遮断器の種類として、上記の空気を用いるもの以外にどのようなものが使われているか複数あげよ。理由もそれぞれ数行で説明せよ。

直流電流を遮断する場合は、電流零点が存在しないことから、付加回路が必要となる。図2はその一例である。遮断器 CB にインダクタンス L 、及び静電容量 C からなる回路を付加している。図中の R は配線の抵抗である。この回路により、振動しながら発散する電流を作ることによって、電流が0になる時点を生成できる。初期状態で遮断器は閉じており、直流電流 I_0 が流れている。時刻 $t=0$ において、遮断器の接点を開くと、接点間には直ちにアーク放電が発生した。以下の間に答えよ。

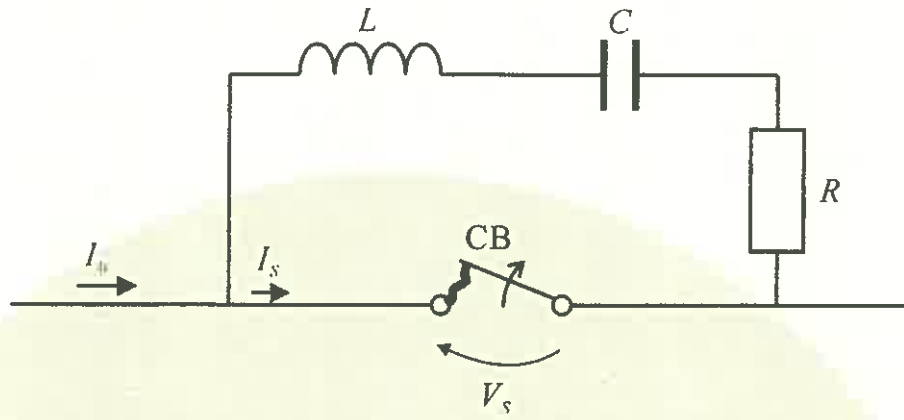
- (3) 遮断器を流れる電流を I_s として、 I_s の満たす回路方程式を求めよ。ただし、アーク放電による電圧降下を V_s とする。
- (4) アーク放電が維持されている間、 V_s と I_s には図3に示すように、傾きが負の(i)式で表される直線関係が成立する。

$$V_s = -a(I_s - I_0) + V_0, \quad (i)$$

ただし、 $a > 0$

I_s が振動しながら発散するための条件を求めよ。なお、本問で想定している電流 I_s のとりうる範囲においては、 V_s は正の値をとるものとする。

- (5) 問(4)の条件において I_s を時刻 t の関数 $I_s(t)$ として求め、その概形を示せ。ただし、最初の電流零点においてアーク放電は消滅するものとする。



L : インダクタンス
 C : 静電容量
 R : 抵抗
 CB : 遮断器

図 2

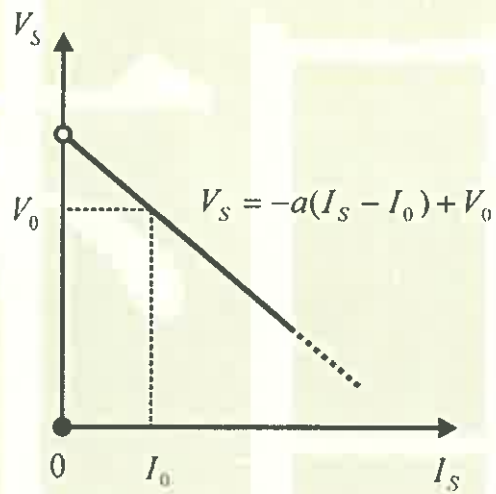


図 3

Problem F

A circuit breaker is a switch which isolates fault equipment from the electric power system by interrupting a large fault current in a short time. Figure 1 shows a schematic of an air circuit breaker. When the contacts are opened in air to interrupt a large current, an arc discharge is formed between the opened contacts and the current is not interrupted immediately. In the case of ac-current interruption, the arc discharge is extinguished and the current is interrupted at the current zero-crossing point, if the contacts are apart sufficiently long at that time. Answer the following questions.

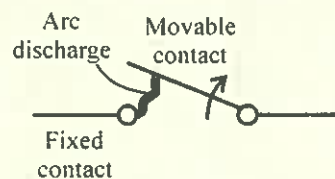


Fig. 1

- (1) Arc discharge and glow discharge are sustained discharges. Explain the feature of each discharge from the viewpoint of electron emission and ionization processes in a few lines.
- (2) Except for the above mentioned air, what are used to extinguish the arc discharge in circuit breakers in electric power systems? Explain also the reasons in a few lines.

In the case of dc-current interruption, an additional circuit is required since there is no current zero-crossing point. Figure 2 shows an example of such a circuit where an inductance L and a capacitance C are used in addition to a circuit breaker CB. R is the resistance of the lead wire of the circuit. This circuit can produce a divergent oscillating current to create current zero-crossing points. At the initial condition, the circuit breaker is closed and dc current I_0 flows through it. At $t = 0$, the contacts in the circuit breaker are opened and an arc discharge bridges between them immediately. Answer the following questions.

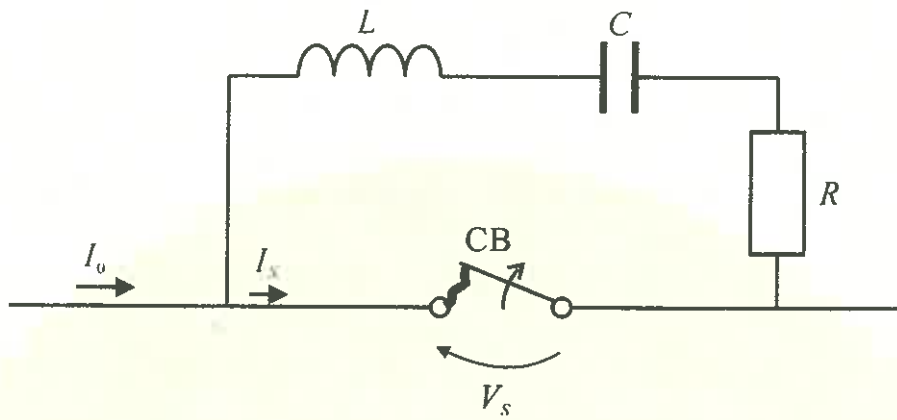
- (3) Let the current flowing through the circuit breaker be I_S , and the voltage drop due to the arc discharge be V_S . Derive the circuit equation which I_S satisfies.
- (4) While the arc discharge is maintained, a linear relationship expressed by Eq. (i) with a negative slope holds between V_S and I_S as shown in Fig. 3.

$$V_S = -a(I_S - I_0) + V_0, \quad (i)$$

where $a > 0$.

Find the condition for I_S to have a divergent oscillation form. It is assumed that V_S is kept positive for the range of the current I_S supposed in this question.

- (5) Find the expression of $I_S(t)$ as a function of time t under the condition of Question (4), and sketch the graph of $I_S(t)$. Suppose that the arc discharge is extinguished at the first current zero-crossing point.



L : inductance
 C : capacitance
 R : resistance
 CB : circuit breaker

Fig. 2

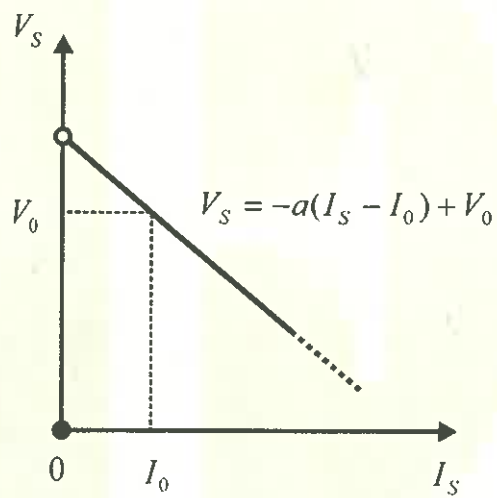


Fig. 3